

(19) 世界知的所有権機関  
国際事務局(43) 国際公開日  
2001年3月8日 (08.03.2001)

PCT

(10) 国際公開番号  
WO 01/16819 A1(51) 国際特許分類<sup>7</sup>: G06F 17/60, 19/00

(21) 国際出願番号: PCT/JP00/05755

(22) 国際出願日: 2000年8月25日 (25.08.2000)

(25) 国際出願の言語: 日本語

(26) 国際公開の言語: 日本語

(30) 優先権データ:  
特願平11/242152 1999年8月27日 (27.08.1999) JP  
特願2000/219655 2000年7月19日 (19.07.2000) JP

(71) 出願人 (米国を除く全ての指定国について): 株式会社 東芝 (KABUSHIKI KAISHA TOSHIBA) [JP/JP]; 〒212-8572 神奈川県川崎市幸区堀川町72番地 Kanagawa (JP).

(72) 発明者; および

(75) 発明者/出願人 (米国についてのみ): 植之原 雄二 (UENOHARA, Yuji) [JP/JP]. 吉岡 律夫 (YOSHIOKA, Ritsuo) [JP/JP]. 大西 基彦 (ONISHI, Motohiko) [JP/JP].

[JP/JP]. 大橋 忠弘 (OHASHI, Tadahiro) [JP/JP]. 川島 正俊 (KAWASHIMA, Masatoshi) [JP/JP]. 奥田 裕明 (OKUDA, Hiroaki) [JP/JP]; 〒105-8001 東京都港区芝浦1丁目1番1号 株式会社 東芝 知的財産部内 Tokyo (JP). 立見 高浩 (TATSUMI, Takahiro) [JP/JP]; 〒105-0022 東京都港区海岸1丁目9番11号 株式会社 アール・アイ・シー内 Tokyo (JP).

(74) 代理人: 三好 秀和 (MIYOSHI, Hidekazu); 〒105-0001 東京都港区虎ノ門1丁目2番3号 虎ノ門第一ビル9階 Tokyo (JP).

(81) 指定国 (国内): US.

(84) 指定国 (広域): ヨーロッパ特許 (DE, FR, GB, IT).

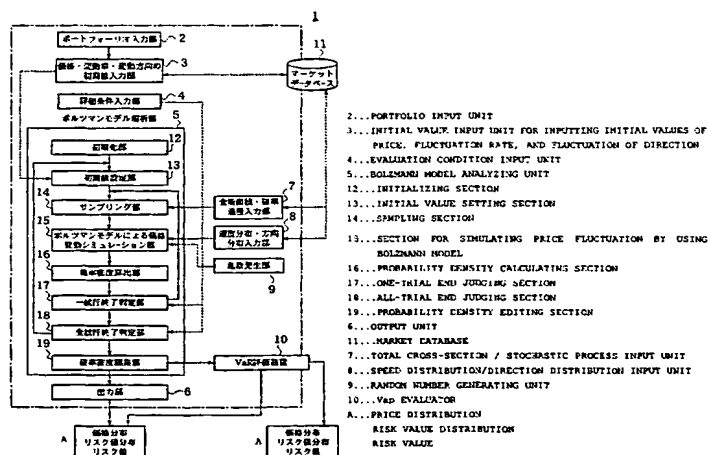
添付公開書類:

— 国際調査報告書

2文字コード及び他の略語については、定期発行される各PCTガゼットの巻頭に掲載されている「コードと略語のガイダンスノート」を参照。

(54) Title: SYSTEM FOR EVALUATING PRICE RISK OF FINANCIAL PRODUCT OR ITS FINANCIAL DERIVATIVE, DEALING SYSTEM, AND RECORDED MEDIUM

(54) 発明の名称: 金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム、ディーリングシステム及び記録媒体



(57) Abstract: A system for correctly evaluating a price or risk distribution of a financial product or its financial derivative by introducing a probability density function with higher precision than that of a normal distribution and a dealing system to which the evaluating system is applied are disclosed. The price risk evaluating system comprises an initial value input unit (3), an evaluation condition input unit (4), an input unit (8) for inputting the speed and direction distributions of an evaluation object, a Boltzmann model analyzing unit (5) for determining a price or risk distribution by repeating price fluctuation simulation for a financial product being an evaluation object using a Boltzmann model by the Monte Carlo method under the evaluation conditions, a random number generating unit (9), and an output unit (6). The dealing system (100) applies a Boltzmann model (103) in financial engineering to an option price evaluating method and enables unique option price evaluation neutral in risk in consideration of the leptokurticity and fat-tail of price fluctuation distribution.

[続葉有]



---

(57) 要約:

本発明は、正規分布よりも精度の高い確率密度関数を導入し、金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク分布を正しく評価できるシステムを提供する。本発明はまた、これを応用したディーリングシステムを提供する。

上記の価格リスク評価システムは、初期値入力部 3、評価条件入力部 4、評価対象の速度分布・方向分布入力部 8、評価対象の金融商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析部 5、乱数発生部 9、及び出力部 6を備えている。

上記のディーリングシステム 100は、金融工学におけるボルツマンモデル 103をオプション価格評価法に用い、価格変動分布の Leptokurcity と Fat-Tail を考慮したリスク中立で一意的なオプション価格評価を可能とする。

## 明 細 書

金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム、ディーリングシステム及び記録媒体

## 発明の関連する技術分野

本発明は、金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を評価するシステムに係り、特に、ボルツマンモデルを導入して大きな価格変動が生じる確率を含めてより厳密に金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク値分布を評価し、さらに、従来解析することができなかった金融商品やその派生商品の価格変動事象をボルツマンモデルに適用して解析するようにした金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムに関する。

本発明はまた、金融分野におけるディーリングシステムに関する。

本発明はまた、これらの金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを実現するプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記録媒体及びディーリングシステムを実現するプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記録媒体に関する。

## 技術的背景

金融商品あるいは派生商品の価格変動の実績データを解析し、その金融商品あるいは派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を確率論的に求める技法は一般に金融工学と呼ばれている。

従来の金融工学では、株価の変動をモデル化する際にウィナー（Wiener）過程を用いるのが一般的であった。このウィナー過程というのは、将来の状態は過去の過程に依存しないということを前提とするマルコフ確率過程の一つであって、物理の世界で分子のブラウン運動を表すのに用いられるものである。

ウィナー過程は、時間を  $t$ 、ウィナー過程に従属する変数を  $z$  とすると、微小時間  $\Delta t$  と、 $\Delta t$  の間の  $z$  の変化  $\Delta z$  との間に次式の関係が成立する特性を有し

ている。

【数 1】

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

ここで、 $\varepsilon$  は標準正規分布からの無作為抽出である。

- 5 このように、ウィナー過程では、標準正規分布に基づいて変数に生じる変化を評価している。

従来の金融商品あるいは派生商品のリスク評価は、上記ウィナー過程をさらに発展させた伊藤過程を用いるのが一般的である。

- 10 伊藤過程は、株価の変動はウィナー過程に従うという仮定に基づき、これにドリフトの項を加え、さらに、時間と変数のパラメータ関数を導入したものである。伊藤過程による株価の価格変動の評価式は、数 2 式のようになる。

【数 2】

$$dS = rSdt + S\sigma\sqrt{dt}W$$

- 15 ここで、 $S$  は株価、 $r$  は非危険利子率、 $\sigma$  はボラティリティ（予想変動率）、 $W$  は期待値が 0 で標準偏差が 1 の正規分布である。

上記伊藤過程の最も単純な例として、株価の幾何ブラウン運動モデルがある。幾何ブラウン運動モデルでは、数 2 式は、次の数 3 式となる。

【数 3】

$$dx = \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma\sqrt{dt}W$$

- 20 ここで、 $x$  は株価  $S$  の自然対数である。

数 3 式に基づく  $x$  の確率密度関数  $P(x; t)$  は、次の数 4 式のようになる。

【数 4】

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

数 4 式は Fokker-Planck 方程式であり、典型的な拡散問題である。数 4 式の解は次の数 5 式のようになり、 $x$  の確率密度関数  $P(x; t)$  は正規分布となる。

【数 5】

$$P(x; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp \left[ -\frac{\left( x - \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t \right)^2}{2\sigma^2 t} \right]$$

- 5 数 5 式の特長は、簡便さばかりでなく、金融商品から派生した金融派生商品の価格変動も同型となること（伊藤の定理）が知られているため、任意の金融派生商品の価格変動が容易に評価できる点にある。そのために、多くの金融派生商品が出現した。

- 10 しかし、上記従来の金融商品あるいはその派生商品のリスク評価方法、あるいはそのリスク評価方法を実行する評価システムは、十分信頼するに足る評価を行うことができなかった。

これは、従来の金融商品等のリスク評価方法では、上述したごとく、金融商品等の価格分布を正規分布に基づいて評価しているために、特に大きな価格変動が生じる確率が過小評価されていたためである。

- 15 このような大きな価格変動は、その発生確率が低いとはいえ、投資リスクに対して通常の価格変動と比較できないほどの大きな影響を与えるので、実用上この大きな価格変動の確率を正しく評価できなければ、信頼できる金融商品等のリスク評価システムあるいは方法とは言えないのである。

- 20 また、従来の金融商品等のリスク評価方法では、評価に用いる確率密度関数が価格に依存して変化するような非均質問題、あるいは確率密度関数が非線形であるような非線形問題等に対しては、経験あるいはノウハウによる修正を加えて対処しなければならなかった。この点、客観的評価という面は不十分であった。

- 25 また、従来の金融商品等のリスク評価方法では、価格変動の変数の記述、定義、評価の自由度が十分ではなかった。すなわち、従来は、金融商品等の価格変動の分布が標準正規分布以外の分布をとる場合、あるいは、価格変動率が変動前の価

格変動率によって影響されるような場合、あるいは、価格が増加する確率と価格が減少する確率との間に相関関係が存在する場合、あるいは、価格変動率と価格変動方向との間に相関関係がある場合等については、十分に確率密度関数の変数において記述することができなかった。また、金融商品等の価格変動方向について確率密度関数を記述できないことに関連して、金融商品等の価格変動方向の確率分布を評価することができなかった。

加えて、従来の金融商品等のリスク評価方法は、それを実行する場合はモンテカルロ法等の数値分析法を使用するが、サンプリング方法の自由度が低く、分散低減を図ることができなかった。

- 10 また従来、銀行や証券会社などにおけるディーラーやトレーダーの業務をサポートするディーリングシステムにおいて、従来は、株価などの任意の将来時点における確率分布が正規性であることを仮定した、ブラック・ショールズモデル (Black, F. & M. Sholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), pp. 637-59)やそれを拡張したモデルなどの
- 15 一般的な理論をもとに、金融商品あるいはその派生商品（以下、オプションと記す）の理論価格を算出したり、リスク評価・ポジション変更をシミュレーションすることが一般的である。

しかし、従来の方法には以下に列記する問題点があった。

(1) いわゆるファットテール(Fat-Tail)問題、例えば、

- 20 「Alan Greenspan, "Financial derivatives", March 19, 1999;  
<http://www.federalreserve.gov/boarddocs/speeches/1999/19990319.htm>」

が金融分野においては深刻である。

- 従来、使用されてきたモデルの前提である正規性の仮定は、金融商品あるいはオプションの理論価格を算出したり、リスク評価・ポジション変更をシミュレーションする際、金融工学の理論展開とコンピュータシステムへの実装をシンプルに実現する。しかし、大きな価格変動がある場合や取引がさほど活発でない場合等の、より現実の金融マーケットの挙動に近い非正規性を一旦導入すると、こうした理論展開とコンピュータシステムへの実装は実際には難しい。そのためディーラー自身は、各々の経験と勘に頼って取引に臨まざるを得ないことが多い。こ
- 25

うした取引に臨むにあたっては、マーケットのボラティリティをいかに的確に掌握するかがディーラーにとって重要になる。

(2) ボラティリティの中には、ヒストリカルボラティリティと呼ばれるものがある。これは、一定の過去の値動きをもとにしたボラティリティである。この  
5 ヒストリカルボラティリティを求める一般的な手法は、資産収益の標準偏差、すなわち過去の終値の値動きを資産収益と見立て、これらの標準偏差を求めるものである。これに対して、極限值手法と呼ばれる、日々の高値と安値から推定する手法や、修正パーキンソン法と呼ばれる、実際の取引における時間の不連続性を考慮し推定する手法などもよく知られている。

10 これらの手法を適用する上で、取引が活発でない場合は、原資産の値動きそのものに連続性がないばかりか、終値を使用する場合には、その確定時間にばらつきが生じることで、計算上の欠陥が露呈する。

一方、取引が活発であるとしても、これらの手法はそもそもマーケットの挙動分布として正規性を仮定しているため、大きな価格変動を考慮に入れて推定する  
15 には自ずと限界があり、ひとつの目安として使われることが多い。

(3) オプションマーケットでは、ヒストリカルボラティリティのほかに、インプライドボラティリティ(Implied Volatility:IV)が知られている。このインプライドボラティリティは、マーケットで観測されるオプション価格から逆算したボラティリティであり、オプションの理論価格を計算する際の材料としていること  
20 が多い。

しかし、取引がさほど活発でないマーケット（例えば、日本の証券マーケットにおいて、オプションの中でも株券を原資産とする個別株オプションマーケット）では、観測されるオプション価格自体が少なく、こうしたインプライドボラティリティが豊富に得られない。そのため、オプションの理論価格を計算するに  
25 は、最新のマーケットの状況を反映させるべく、ディーラー自身が定期的にボラティリティ・パラメータを変えるなどの操作をする必要があり、各々の経験と勘に頼って取引に臨むことが多い。

(4) インプライドボラティリティは個別株オプションの場合では、ある特定の株券のボラティリティをマーケットがどう受け止めているのか知るために重要

な情報であり、実際このマーケットの見方は時々刻々と変化する。

(5) オプションマーケットでは、原資産が同一である複数のオプションから、それぞれ異なるインプライドボラティリティが得られること（以下、「スマイル効果」と記す）がある。このような場合には、スマイルカーブと呼ばれる、横軸にはオプション行使価格を、縦軸にはこれに対応したインプライドボラティリティをとった2次元座標上の近似曲線を描き、これをオプションの理論価格を計算する際の材料に供することが多い。

さらに上の(4)に照らし合わせ、オプション満期までの期間に応じてインプライドボラティリティが変化する様子を調べるために、満期までの時間次元をスマイルカーブに追加した、ボラティリティマトリックスと一般的に呼ばれるデータのテーブルを準備し、マーケットから観測できない箇所は机上での理論的な線形補完により埋め合わせ、オプションの理論価格を計算する際の材料に供することが多い。

(6) しかし、意味のあるスマイルカーブやボラティリティマトリックスを得るには、マーケットで豊富なオプション価格が観測されなければならない。反面、取引が活発であれば、観測されたオプション価格が広範囲にばらつき、全体的な傾向を把握しにくくなる。

(7) 一般的に、こうしたマーケットで観測される情報量と、理論価格を算出するためのベースとなるモデルの仮定とはトレードオフの関係にある。すなわち、観測されるオプション価格が豊富でなければ、原資産価格の予想確率分布のダイナミクスを得るためのモデルの仮定には、より強いものが必要である。こうした場合の高度なモデルとしてよく知られているのは、確率的ボラティリティ・モデルSVM（例えば、Hull, John C. & Allan White, "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities", Journal of Finance, 42, June, 1987, pp.281-300）やGAR

25 CHモデル（例えば、T. Bollerslev, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, Vol.31, 1986, pp.307-327）である。しかし、これらのモデルは正規性を仮定しており、ファットテール問題などに対して十分に適応できない。

逆に、正規性を前提としない格子法を拡張した手法（例えば、Rubinstein, Mark,



“Implied Binomial Trees”, Journal of Finance, 49, July 1994, pp. 771-818) は、スマイル効果を取込んだ柔軟な分布型を形成できる反面、分布を決定するためにはかなり多くのオプション価格が観測される必要がある。そのため、取引がさほど活発でない類のオプションマーケットにおいては十分に適応できない。

- 5     他に、ファットテール(Fat-Tail)を正規分布と全く異なる確率過程を独立に生じさせるジャンプモデル（例えば、R. C. Merton, "Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous", Journal of Financial Economics, Vol.3, March 1976, pp.125-144）も著名である。しかし、ジャンプモデルは、不連続な価格変化を仮定し、確率的ボラティリティモデルSVMは本質的に非線形問題となる。そのため、
- 10     リスク中立確率測度が一意的に求まらず、オプション価格を一意的に定義できない欠陥があった。

- （8）上述したように、従来は、ファットテール問題にも適応し、取引がさほど活発でないマーケットにおいても、ディーラーやトレーダーにとって有意なスマイルカーブやボラティリティマトリックスといった前述の情報を、時々刻々と
- 15     変化するマーケットに合わせてリアルタイムにディーラーやトレーダーに対して、コンピュータシステムのディスプレイ画面を通じて提供すると同時に、インタラクティブに彼らからの要求に応じて、計算に所要なデータを自動で取込み、適切なモデルが自動選択されることで柔軟に分析の深掘りを行い、より精緻な情報をリアルタイムに提供することは困難であった。

- 20     そこで、本発明が解決しようとする課題の一つは、正規分布より精度の高い確率密度関数を導入し、金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク分布を正しく評価できるシステムを開発することにある。

- 本発明が解決しようとする他の課題は、上述した非均質、非線形問題にも理論的に評価することができる金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供することにある。
- 25

本発明が解決しようとするもう一つの課題は、新たに金融商品等の価格分布、リスク値分布を評価するための確率密度関数を導入し、その確率密度関数モデルにおいて上記従来十分に表現することができなかつた変数の定義、記述方法、評価方法を確立した金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提

供することにある。

- 本発明が解決しようとするさらにもう一つの課題は、新たに金融商品等の価格分布、リスク値分布を評価するための確率密度関数を導入し、その確率密度関数モデルにおいて、計算効率を向上させるサンプリング方法確立することにより、
- 5 高効率で計算可能な金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供することにある。

さらに本発明が解決しようとするさらにもう一つの課題は、並列計算機への適用を考案し、これにより上記同様に高効率で計算可能な金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供しようとするものである。

- 10 これらに加えて、本発明が解決しようとするさらに他の課題は、原資産の大きな価格変動に適応し、取引が活発でない類のオプションマーケットにおいて、従来の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代えて、原子炉理論を金融分野に応用した計算エンジン（ボルツマンモデル計算エンジン）を備え、ディーラーやトレーダーにとって有意な理論価格及びリスク指標を、コンピュータシステムの
- 15 インターラクティブな画面インタフェース（ディーリング端末）を通じて、柔軟に提供することができるディーリングシステム及びディーリングプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記録媒体を提供することにある。

#### 発明の開示

- 20 本発明の第1の特徴は、金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムであって、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格
- 25 変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、評価対象の金融商品ある

いはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、前記ボルツマンモデル解析手段の解析結果を出力する出力手段とを有するものである。

- 5       そして本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムでは、前記初期値入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得して前記ボルツマンモデル解析手段に入力し、前記速度分布・方向分布入力手段がマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向、時間を変数とする確率密度関数を生成して前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとする  
10       ことができる。

- 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではさらに、  
15       前記ボルツマンモデル解析手段に対して価格変動シミュレーション中のサンプリングの時間幅を設定するための情報を入力する全断面積・確率過程入力手段を備え、前記全断面積・確率過程入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積に入力するようにしたものとする  
20       ことができる。

- 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布をシグモイド関数とその近似形を用いて推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとする  
25       ことができる。

      本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格

納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとすることができる。

- 5     本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力する
- 10    るようにしたものとすることができる。

- 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定するとき、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関を加味して価格変動方向の確率分布を推定するようにしたものとする
- 15    ことができる。

- 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布と価格変動方向の分布の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとする
- 20    ことができる。

- 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段がボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布あるいは方向分布の確率分布に関し、価格に依存しない均質確率分布、ある
- 25    いは価格に依存する非均質確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとする
- ことができる。

      本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段がボルツマン方程式における断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形ボルツマン

モデル、あるいは、前記断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存する非線形ボルツマンモデルを用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるようにしたものとすることができる。

- 5      本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段が金融商品あるいはその派生商品の確率密度関数と単位時間あたりの価格変動率との積をボルツマン方程式におけるフラックスとして用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるようにしたものとすることができる。
- 10     本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段が金融商品あるいはその派生商品のフラックスを用いて求めた飛跡推定量から任意の時間における確率密度を評価することにより、分散を低減するようにしたものとすることができる。

本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、
- 15     前記ボルツマンモデル解析手段が中性子輸送モンテカルロシミュレーションにおける点検出器を適用し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、金融商品あるいはその派生商品の任意の微小な価格帯あるいは時間帯における価格あるいはリスク値の確率を評価することにより、分散を低減するようにしたものとすることができる。
- 20     本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段が金融商品あるいはその派生商品の価格変動の随伴ボルツマン方程式における随伴確率密度あるいは随伴フラックスを求め、前記随伴確率密度あるいは随伴フラックスに比例したサンプリングの重み付けを行うことにより、分散を低減するようにしたものとすることができる。
- 25     本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記速度分布・方向分布入力手段が複数の金融商品あるいはその派生商品における任意の金融商品あるいはその派生商品の速度分布あるいは方向分布を推定するときに、金融商品あるいはその派生商品間の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力するようにしたものとすることができる。

本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段が所定の金融商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価した後に、伊藤の定理を適用してその金融商品の派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価するようにしたものとすることができる。

- 5      本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムではまた、前記ボルツマンモデル解析手段がボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手段を複数有し、試行した各価格変動シミュレーションを集約して確率密度を評価するようにしたものとすることができる。

- 10      上記の本発明の第1の特徴である金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、正規分布と比較して特に金融商品等が大きな価格変動を生じる確率を正確に評価でき、金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク分布を正しく評価できるシステムを提供することができる。

- 15      また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、評価に用いる確率密度関数が価格に依存して変化するような非均質問題、あるいは確率密度関数が非線形であるような非線形問題等に対しても、従来のように経験やノウハウに頼ることなく客観的に評価することができる。

- 20      また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、柔軟に確率分布を表現でき、従来の金融商品等のリスク評価方法では表現することができなかった標準正規分布以外の分布、あるいは価格変動率が変動前の価格変動率によって影響されるような場合、あるいは価格が増加する確率と価格が減少する確率との間に相関関係が存在する場合、あるいは価格変動率と価格変動方向との間に相関関係がある場合等を記述することができる。

- 25      また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、従来困難であった価格変動シミュレーションの時間グリッドの設定を省くことができる。また、従来サンプリングすることができなかった観測領域内の任意の時点の評価について、フラックスを導入することにより評価することができる。

また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、中性子評価で使用する点検出器の概念を導入することにより、価格変動も生じず、またフラックスも通過しないような微小の観測領域に対して、価格変動

事象の全部又は一部から目的とする領域の事象を引き起こす経路を自動的に調べ、これによって任意の微小観測領域の事象を評価でき、分散低減を図ることができる。

また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、金融工学に随伴確率密度あるいは随伴フラックスの概念を導入することにより、位相空間に随伴フラックスに比例した重みを与えることにより、モンテカルロ法に伴う分散を低減することができる。

また本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、複数の金融商品間の価格変動確率分布に相関関係が存在する場合にその相関関係を考慮して評価することができる。また、伊藤の定理を適用し、金融商品の価格変動の確率分布からその派生商品の価格変動確率分布を評価することもできる。

さらに本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、並列計算機への適用が容易であり、並列処理によりきわめて高効率に処理可能な金融商品等の価格リスク評価システムを提供することができる。

加えて本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、標準正規分布を前提とする拡散モデルの代わりにボルツマンモデルを導入したものである。したがって本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによれば、リスク値の評価やポートフォリオの解析等の既存の金融工学関連の諸システムを利用し、容易にその一部に組み込むことができる。これにより、従来のハードウェア資産のみならず、解析によって得た種々の情報をそのまま利用でき、効率のよい金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを得ることができる。

本発明の第2の特徴は、金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価のプログラムを記録した記録媒体であって、コンピュータを制御して、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のう

ちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、

- 5 評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、前記ボルツマンモデル解析手段の解析結果を出力する出力手段として処理を行わせるプログラムを記録したものである。

- 10 本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価のプログラムを記録した記録媒体によれば、これをコンピュータにインストールして実行させることにより、上記の特徴を備えた金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを構築することができる。

- 本発明の第3の特徴はディーリングシステムであって、マーケットデータに基づいてインプライドボラティリティを演算するインプライドボラティリティ演算部と、前記マーケットデータに対して、ボルツマンモデルに基づき所定オプション商品のオプション価格を演算するボルツマンモデル計算エンジンと、前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換するフィルタと、前記ボルツマンモデル計算エンジンが
- 15 演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換した結果と、前記マーケットデータから演算したインプライドボラティリティとを、又は前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格と、マーケットのオプション価格とを対比表示するディーリング端末とを備えたものである。

- 25 本発明のディーリングシステムによれば、金融工学におけるボルツマンモデルをオプション価格評価法に用い、線形ボルツマン方程式で Leptokurcity と Fat-tail の特徴を表現することにより、リスク中立でかつ一意的な確率測度を定義する。この結果、価格変動分布の Leptokurcity と Fat-tail を考慮したリスク中立で一意的なオプション価格評価を可能とする。またボルツマンモデルを所定オプション



商品のオプション価格評価に適用することで、広範囲にばらつく取引実績から、ボラティリティマトリックスの全体的な傾向を把握できる。

また本発明のディーリングシステムでは、前記所定オプション商品に株価指数オプションを選定することができ、これにより、広範囲にばらつく取引実績から、  
5 株価指数オプション価格のボラティリティマトリックスの全体的な傾向を把握できる。

また本発明のディーリングシステムでは、前記所定オプション商品に個別株オプションを選定することができ、これにより、取引実績の少ない個別株オプションで、該当銘柄のボルツマンモデルのパラメータを決定し、該当銘柄の日次収益  
10 率との一致性を確認することにより、取引実績によるインプライドボラティリティが殆ど得られなくても、個別株オプション価格のボラティリティマトリックスの全体的な傾向を把握できる。

また本発明のディーリングシステムでは、前記ボルツマンモデル計算エンジンがヒストリカル情報との整合性を保ったオプション価格を算出する機能を備えた  
15 ものとすることができ、これにより、ヒストリカル情報との整合性を保ったオプション価格を算出し、ディーリング端末を通じてユーザーに提示することができる。

また本発明のディーリングシステムによれば、前記ボルツマンモデル計算エンジンが、行使価格に関して離散的に求めたボルツマンモデルによるオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換し、ブラック・ショールズ  
20 式で内挿することによってオプション価格とリスクパラメータとを求める機能を備えたものとすることができ、これにより、オプション価格とリスクパラメータとを求め、ディーリング端末を通じてユーザーに提示することができる。

また本発明のディーリングシステムでは、前記ボルツマンモデル計算エンジン  
25 が、ボルツマンモデルで評価した確率密度関数をテーブル化し、オプション価格をベクトルの積和計算で求める機能を備えたものとすることができ、これにより演算速度を速め、より即応性の高いシステムを提供できる。

本発明の第4の特徴は、ディーリングシステムであって、グラフィカルユーザーインターフェースとしてのディーリング端末と、平常の市況時における、市場で

設定されている行使価格と限月別（以下、「粗い」と表現する）の理論価格・指標計算と、ユーザー指定時におけるボルツマンモデルに基づいた、市場で設定されていない行使価格と限月も含む（以下、「詳細な」と表現する）理論価格・指標計算との切替えが可能な理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、マーケットデータ取込みインタフェースとを備え、通常は粗い計算結果を用いて市況を前記ディーリング端末に表示させ、ユーザー指定時には該当する価格帯の範囲を詳細なる理論価格・指標計算を実行し、詳細評価結果を前記ディーリング端末に表示させるものである。

本発明のディーリングシステムでは、ディーリング端末に、通常は粗い計算結果を用いて市況を表示させることによって表示速度を速くし、ユーザー指定時には該当する価格帯の範囲のボルツマンモデルに基づいた詳細なる理論価格・指標を計算し、詳細評価結果を表示させて市況の変化をユーザーに迅速に察知させることができる。

また本発明のディーリングシステムではさらに、グラフィカルユーザーインタフェースとしてのディーリング端末と、通常の粗い理論価格・指標計算エンジンと、任意の多期間のボルツマンモデルに基づいたオプション理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、マーケットデータ取込みインタフェースとを備え、通常時は粗い計算結果を用いて市況を前記ディーリング端末に表示させ、ユーザー指定時には該当する任意の多期間のボラティリティを求めて前記ディーリング端末に表示させるようにすることができ、これによって表示速度を速くし、ユーザー指定時には該当する任意の多期間のボルツマンモデルに基づいたボラティリティを求めて表示させる。これにより、マーケットに存在しないボラティリティの期間構造を評価し、仕組み債又はエキゾチックオプションの開発効率向上を図ることができる。

本発明の第5の特徴は、ディーリングシステムであって、グラフィカルユーザーインタフェースとしてのディーリング端末と、通常の粗い理論価格・指標計算エンジンと、ボルツマンモデルに基づいた詳細なる理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、ポジション設定処理部と、自動発注処理部と、マーケットデータ取込みインタフェースとを備え、株価指数オプション価格又は個別

株オプション価格があらかじめ設定した自動発注価格帯に到達したときに自動発注信号を出力するものであり、高度モデルの適正水準をビジュアルにユーザーが参照し、ポジションを設定して、タイムリーに自動発注することができる。

また本発明のディーリングシステムではさらに、フェーディング処理部を備え、  
5 A T M（アット・ザ・マニー）におけるインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示する機能を備えたものとして、A T Mにおけるインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示することで、相場変動への過敏な対応によるミスプライシングを防ぐことができる。

10 また本発明のディーリングシステムではさらに、警戒範囲を設定する警戒範囲設定処理部を備え、市況が警戒範囲に入ったときに警告を出力するようにしたものとして、ユーザーが警戒範囲を設定することで市況が警戒範囲に入れば警告を発することにより、リスク管理者の適切なリスクマネジメントを可能とする。

15 また本発明のディーリングシステムではさらに、代替ポジション抽出処理部を備え、前記警告を出力すると共に代替ポジションを抽出して表示するようにしたものとして、これにより、代替ポジションを自動抽出して、相場変動への過敏な対応による損失の発生を防止することができる。

本発明の第6の特徴は、ディーリングプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記録媒体であって、入力されるマーケットデータに対してインプライドボラティリティを演算し、前記入力されるマーケットデータに対して、ボルツマンモデルに基づいて所定オプション商品のオプション価格を演算し、前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換し、前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換した結果と、前  
20 記マーケットデータから演算したインプライドボラティリティとを、又は前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格と、マーケットのオプション価格とを対比表示させるディーリングプログラムを記録したものである。

本発明のディーリングプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記

録媒体によれば、これをコンピュータシステムに組み込むことによって、上記のディーリングシステムを構築することができる。

#### 図面の簡単な説明

#### 5 【図1】

本発明の金融商品等の価格リスク評価システムの構成と処理の流れを示したブロック図。

#### 【図2】

10 本発明のボルツマンモデル解析部における処理の流れを示したフローチャート。

#### 【図3】

価格変動頻度を導入した本発明のボルツマンモデル解析部における処理の流れを示した他のフローチャート。

#### 【図4】

15 図2の評価における観測領域における挙動を模式的に示した図。

#### 【図5】

図3の評価における観測領域における挙動を模式的に示した図。

#### 【図6】

20 本発明のボルツマンモデルを用いて、拡散モデルを模擬した確率分布を示すグラフ。

#### 【図7】

本発明のボルツマンモデルを用いて、拡散モデルを模擬した価格変動を示すグラフ。

#### 【図8】

25 価格変動率 $v$ に関するスペクトルを示したグラフ。

#### 【図9】

スペクトルの入射速度 $v'$ に関する依存性を示したグラフ。

#### 【図10】

スペクトルの価格上昇成分の入射速度 $v'$ に関する依存性を示したグラフ。

## 【図 1 1】

スペクトルの価格下降成分の入射速度  $v'$  に関する依存性を示したグラフ。

## 【図 1 2】

蒸発スペクトルの適用を示す図。

## 5 【図 1 3】

微分断面積の速度項の経験式を示すグラフ。

## 【図 1 4】

価格が上昇を続ける確率と下降を続ける確率の 5 日ごとの平均を示したグラフ。

## 10 【図 1 5】

ボルツマンモデルによる株価変動シミュレーション結果を示すグラフ。

## 【図 1 6】

ボルツマンモデルによる株価変動シミュレーション結果を拡大して示すグラフ。

## 15 【図 1 7】

ボルツマンモデルによって求められた 200 日後の株価分布を示すグラフ。

## 【図 1 8】

ボルツマンモデルによる 20 日ごとの株価分布を示すグラフ。

## 【図 1 9】

## 20 並列処理システム化した本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムの構成図。

## 【図 2 0】

幾何ブラウンモデルが予測する原資産の価格変動率  $C_1$  と典型的な株価の終値の変動率（日次収益率） $C_2$  のグラフ。

## 25 【図 2 1】

日経 225 平均株価の日次収益率  $C_3$  の変動を示すグラフ。

## 【図 2 2】

典型的な日経 225 株価指数プットオプションのインプライドボラティリティ及びスマイルカーブを示すグラフ。

## 【図 2 3】

現実の日次収益率の確率と、B S 式で仮定している正規分布との比較を示すグラフ。

## 【図 2 4】

- 5      ボルツマンモデルで評価した価格の時間変化の確率と B S 式で用いている対数正規分布とを比較して示すグラフ。

## 【図 2 5】

前日の日次収益率  $v'$  と温度  $T$  との関係を示すグラフ。

## 【図 2 6】

- 10      ボルツマンモデルによる価格評価シミュレーションの過程でボルツマンモデルが評価した日次収益率と確率との関係を示すグラフ。

## 【図 2 7】

ボルツマンモデルとジャンプモデルとのインプライドボラティリティを対比して示すグラフ。

- 15      【図 2 8】

本発明のディーリングシステムの構成を示すブロック図。

## 【図 2 9】

上記のディーリングシステムにおけるボルツマンモデル計算モデルの機能構成を示すブロック図。

- 20      【図 3 0】

上記のディーリングシステムによる理論計算処理を示すフローチャート。

## 【図 3 1】

上記のディーリングシステムにより東京証券取引所一部上場銘柄の一部について求めた温度  $T$  示すグラフ。

- 25      【図 3 2】

上記のディーリングシステムにより求めた、個別株オプションのコールオプション価格評価例であり、行使価格／原資産価格とコールオプション価格／原資産価格との関係を示すグラフ。

## 【図 3 3】

上記のディーリングシステムにより求めた、個別株オプションのプットオプション価格評価例であり、行使価格／原資産価格とプットオプション価格／原資産価格との関係を示すグラフ。

【図34】

- 5      上記のディーリングシステムにより求めた、コールオプションの行使価格／原資産価格とインプライドボラティリティとの関係を示すグラフ。

【図35】

上記のディーリングシステムにより求めた、プットオプションの行使価格／原資産価格とインプライドボラティリティとの関係を示すグラフ。

- 10     【図36】

上記のディーリングシステムによる理論計算処理の他の例を示すフローチャート。

【図37】

- 15     上記のディーリングシステムにおいて、ディーリング端末が表示する株価指数のザラ場歩みを表示するサブ画面の説明図。

【図38】

上記のディーリングシステムにおいて、ディーリング端末が表示する株価指数を原資産とする株価指数オプションの行使価格別、限月別のインプライドボラティリティ及び市況価格をテーブル形式で表示するサブ画面の説明図。

- 20     【図39】

上記のディーリングシステムにおいて、ディーリング端末が表示する株価指数を原資産とする株価指数オプションの行使価格別、限月別のインプライドボラティリティ及び市況価格をグラフ形式で図示するサブ画面の説明図。

【図40】

- 25     上記のディーリングシステムの実行する詳細価格評価処理を示すフローチャート。

【図41】

上記の詳細価格評価処理におけるディーリング端末でのグラフ形式の表示画面の変化を示す説明図。

## 【図 4 2】

上記の詳細価格評価処理におけるディーリング端末でのテーブル形式の表示画面の変化を示す説明図。

## 【図 4 3】

- 5      上記のディーリングシステムにおけるボルツマンモデル計算エンジンにて実施される理論計算処理を説明するグラフ。

## 【図 4 4】

上記のディーリングシステムの実行する任意の多期間ボラティリティの評価処理を示すフローチャート。

- 10    【図 4 5】

上記の任意の多期間ボラティリティの評価処理において、ディーリング端末に表示される期間設定画面を示す説明図。

## 【図 4 6】

上記の任意の多期間ボラティリティの評価処理を説明する市況価格テーブル。

- 15    【図 4 7】

上記の任意の多期間ボラティリティの評価処理の結果として、ディーリング端末に表示される任意の多期間のボラティリティのグラフ。

## 【図 4 8】

- 20    上記のディーリングシステムの実行する詳細価格評価処理にフェーディング機能を付加した場合の処理手順のフローチャート。

## 【図 4 9】

上記のフェーディング処理ステップの詳細なフローチャート。

## 【図 5 0】

- 25    上記のディーリングシステムの実行する詳細価格評価処理において、マーケットで設定されている行使価格帯幅の狭間に仮想したリアルタイムのATMのインプライドボラティリティを含むインプライドボラティリティ、オプション価格テーブル。

## 【図 5 1】

上記のディーリングシステムの実行する詳細価格評価処理において、マーケ



ットで設定されている行使価格帯幅の狭間に仮想したリアルタイムのATMのインプライドボラティリティを含めた多期間のインプライドボラティリティを示すグラフ。

【図52】

- 5 上記のフェーディング表示処理の説明図。

【図53】

上記のディーリングシステムの実行する任意の多期間ボラティリティの評価処理にフェーディング機能を付加した場合の処理手順のフローチャート。

【図54】

- 10 上記のディーリングシステムにより、ディーラーがポジションを設定してタイムリーに自動発注する処理のフローチャート。

【図55】

上記のポジションの設定操作をする際の、計算エンジン出力とインプライドボラティリティとの関係を示すグラフ。

- 15 【図56】

上記のポジションの設定操作をする際に、ディーリング端末に表示される入力画面を示す説明図。

【図57】

- 20 上記のディーリングシステムによるATMのインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示させる処理のフローチャートの第一部。

【図58】

上記のATMのインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示させる処理のフローチャートの第二部。

- 25 【図59】

上記のATMのインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示させる処理のフローチャートの第三部。

【図60】

図58のフローチャートにおけるステップS30の詳細処理を示すフローチ

ャート。

【図61】

図58のフローチャートにおけるステップS30'の詳細処理を示すフローチャート。

5 【図62】

自動発注処理を説明するグラフ。

【図63】

上記のディーリングシステムにおいて、市況に対する自動警戒処理を示すフローチャート。

10 【図64】

市況に対する自動警戒処理を説明するグラフ。

【図65】

上記のディーリングシステムにおいて、市況に対する自動警戒処理機能に付加する代替ポジションの自動算出処理機能を示すフローチャート。

15 【図66】

市況に対する自動警戒処理と代替ポジションの提示処理を説明するグラフ。

発明の最適な実施の形態

20 本発明による金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムの実施の形態について、図に基づいて詳説する。図1に本発明による金融商品等の価格リスク評価システムの一実施の形態の構成と各構成要素間の処理の流れを示す。

25 本実施の形態の金融商品等の価格リスク評価システム1は、ポートフォリオ入力部2と、価格・変動率・変動方向の初期値入力部3と、評価条件入力部4と、ボルツマンモデル解析部5と、出力部6と、全断面積・確率過程入力部7と、速度分布・方向分布入力部8と、乱数発生部9と、VaR評価装置10と、マーケットデータベース11とを有している。

ボルツマンモデル解析部5はさらに、初期化部12と、初期値設定部13と、サンプリング部14と、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーション部15と、確率密度算出部16と、一試行終了判定部17と、全試行終了判定部18

と、確率密度編集部19とを有している。

図1中の一点鎖線は、本実施の形態のシステムに含まれる範囲を示している。マーケットデータベース11とVaR評価装置10が本システムの範囲を示す線をまたがっているのは、本システムの外部の装置としてデータ通信により接続することができることを示している。

なお、一点鎖線で囲まれた範囲は、物理的な意味で一つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本発明のシステムをクライアント・サーバシステムのようにして分散処理をする場合には、上記の各部を適宜分散処理システムの処理要素に分散化することができる。

10     ポートフォーリオ入力部2は、ポートフォーリオを入力し、評価対象となる金融商品あるいは派生商品を入力する手段である。

通常、資産運用は、運用すべき資産を複数の金融商品あるいはその派生商品に配分し、リスクを低減するとともに、全体として最も有利な資産運用ができるようにしている。この複数の金融商品あるいはその派生商品の組み合わせをポート  
15     フォーリオという。ポートフォーリオ入力部2は所定のポートフォーリオを入力することにより、該当するポートフォーリオから、評価対象の金融商品あるいは派生商品を切り出して出力する手段である。

好ましくは、ポートフォーリオ入力部2は、内部にポートフォーリオのテーブルあるいはデータベースを有し、ユーザーが所定のポートフォーリオの識別コード  
20     を入力することにより、そのポートフォーリオの構成を示し、評価しようとする金融商品や派生商品を選択することができるようにする。

ポートフォーリオ入力部2は、本発明の必須の構成要素ではなく、評価すべき金融商品あるいは派生商品の評価用のデータが既知の場合には省くことができる。

初期値入力部3は、評価対象の金融商品あるいは派生商品の価格又は価格変動  
25     率又は価格変動方向のうちの少なくとも一つ初期値をボルツマンモデル解析部5に入力する手段である。

評価対象の金融商品や派生商品の価格・変動率・変動方向の初期値は、その金融商品や派生商品の実績データから得られる。好ましくは初期値入力部3は、ポートフォーリオ入力部2から評価対象の金融商品あるいは派生商品を入力し、当

該金融商品あるいは派生商品に関する情報をマーケットデータベース11から検索し、検索したその金融商品や派生商品の実績データから、当該金融商品あるいは派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得してボルツマンモデル解析部5に出力するように構成される。この初期値入力部3は、金融商品等の価格リスク評価システム1に必須の構成要素である。

評価条件入力部4は、ボルツマンモデル解析部5の評価条件を入力する手段である。ボルツマンモデル解析部5の評価条件とは、ボルツマンモデル解析部5による試行回数、評価する時間帯、評価する価格帯などの解析のための条件である。評価条件入力部4により、有意な解析を行うことができる評価条件をボルツマンモデル解析部5に設定することができる。有意な解析を行えるようにするという意味で、この評価条件入力部4も、金融商品等の価格リスク評価システム1の必須構成要素である。

ボルツマンモデル解析部5は、金融商品等の価格リスク評価システム1の中心的構成要素である。このボルツマンモデル解析部5は、初期値入力部3から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を入力し、評価条件入力部4から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品についてモンテカルロ法により、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し、その金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求める手段である。なお、このモンテカルロ法は、ボルツマン方程式の厳密解を求める数値解析法である。

ボルツマンモデル解析部5の初期化部12は、評価を開始するにあたり、評価対象の金融商品や派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向を初期化する手段である。

ボルツマンモデル解析部5の初期値設定部13は、上記初期値入力部3の出力に基づいて評価対象の金融商品や派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を設定する手段である。

ボルツマンモデル解析部5のサンプリング部14は、価格変動シミュレーションのサンプリング幅を決定する手段である。本発明では、サンプリング部14は、全断面積・確率過程入力部7の入力によって、価格変動の単位時間の変動確率を

設定できる。このため、従来難しいとされていた価格変動シミュレーションのための時間グリッドの設定を省くことができる。このことについては、さらに後述する。

5     ボルツマンモデル解析部5の価格変動シミュレーション部15は、モンテカルロ法によって直前の価格から、速度分布と方向分布の確率分布に基づいて次の価格をシミュレーションする手段である。

10    価格変動シミュレーション部15は、ボルツマンモデルによって価格変動をシミュレーションするために、速度分布・方向分布入力部8からボルツマン方程式における変数の速度分布あるいは方向分布に相当する金融商品等の価格変動率、価格変動方向を入力する。

価格変動シミュレーション部15は、モンテカルロ法によってボルツマン方程式の解を求めるために、乱数発生部9が発生した乱数を入力する。

15    ボルツマンモデル解析部5の確率密度算出部16は、上記価格変動シミュレーション部15によってシミュレーションされた価格分布を積分して確率密度を算出する手段である。

20    ボルツマンモデル解析部5の一試行終了判定部17は、一試行が終了したか否かを判断する手段である。ここで、「一試行」とは、評価開始時間から評価終了時間までの一回の価格変動シミュレーションである。一試行終了判定部17は、現在計算されている時点と評価時間帯とを比較することにより、一試行が終了したか否かを判定することができる。一試行の終了の条件は、評価条件入力部4から入力される。

一試行が終了していない場合は、一試行終了判定部17から処理を再びサンプリング部14に戻し、直前の価格と速度分布・方向分布とから次の価格及び確率密度を計算する。

25    ボルツマンモデル解析部5の全試行終了判定部18は、評価条件入力部4によって設定された全試行回数に到達したか否かを判断する手段である。全試行回数は初期値入力部3によって全試行終了判定部18に入力される。

ボルツマンモデル解析部5の確率密度編集部19は、全試行の確率密度を集約し、評価対象の金融商品あるいは派生商品の価格変動の確率密度を編集し、ある

いは、後述するようにボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手段を複数有する場合には、各価格変動シミュレーション部が試行した価格変動の確率密度を編集する手段である。

5 以上がボルツマンモデル解析部5の内部の構成要素であるが、ボルツマンモデル解析部5の具体的な処理については後述する。

出力部6は、本システムの処理結果を出力する手段である。すなわち、出力部6は本システムによって求められた所定の金融商品等の価格分布、リスク値分布、リスクの指標として統合されたリスク値を出力する。なお、出力部6は、処理結果を何らかの形で出力する限り、任意の公知の出力手段の形をとり得る。例えば、  
10 紙に出力するプリンタ、画像として出力するモニタ、外部のデータファイルに出力する通信手段等は、すべて出力部6に含まれる。また、出力部6は、ボルツマンモデル解析部5の処理の途中結果、例えば、ある試行による価格変動シミュレーション、その確率密度の分布等を出力することができる。また、物理的には複数の出力手段を有する場合を含む。

15 全断面積・確率過程入力部7は、上記ボルツマンモデル解析部5のサンプリング部14に関連して説明したように、サンプリング部14に単位時間における変動確率（変動頻度）を与えることにより、サンプリングのための時間幅を設定する手段である。

この全断面積・確率過程入力部7は、マーケットデータベース11から、評価  
20 対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積として入力する。

なお、ボルツマン方程式における全断面積が金融商品あるいは派生商品の価格変動頻度に相当することについては後述する。また、全断面積・確率過程入力部  
25 7は、価格変動頻度を設定する代わりに、従来通りサンプリングの時間グリッドを設定する場合には省略することができる。

速度分布・方向分布入力部8は、前記価格変動シミュレーション部15に関連して説明したように、価格変動率あるいは価格変動方向の分布を価格変動シミュレーション部15に入力する手段である。

速度分布・方向分布入力部 8 は、マーケットデータベース 11 から評価対象の金融商品等の実績データを入力し、その実績データから価格変動率あるいは価格変動方向を価格変動シミュレーション部 15 に入力する。

- また、速度分布・方向分布入力部 8 は、それ自体に数値解析機能を有し、金融
- 5 商品等の実績データから価格変動率の分布をシグモイド関数及びその近似形を用いて推定し、あるいは、価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、あるいは、価格が増加する確率と減少する確率の相関を加味して価格変動方向の分布を推定し、あるいは、価格変動率と価格変動方向の相関を加味して価格変動率あるいは価格変動方向の分布を
- 10 推定し、あるいは、価格変動率あるいは価格変動方向の分布が価格に依存する場合には、価格に対応した確率分布を生成する。

- 乱数発生部 9 は、前記ボルツマンモデル解析部 5 がモンテカルロ法によって価格変動をシミュレーションするための乱数を発生する手段である。乱数発生部 9 が発生した乱数は前述した通り、価格変動シミュレーション部 15 に入力される。
- 15 乱数の使用方法はさらに後述する。

速度分布・方向分布入力部 8 と乱数発生部 9 は、ボルツマンモデルによる解析を行う限り必須の構成要素である。

V a R 評価装置 10 は、所定の金融商品あるいは派生商品の価格分布からリスク値あるいはリスク値分布を算出する装置である。

- 20 従来から、金融商品あるいは派生商品の価格分布からその金融商品あるいは派生商品のリスク値あるいはリスク値分布を算出する装置は存在している。V a R 評価装置 10 は、既存の V a R 評価装置をそのまま適用することができる。つまり、本願発明のボルツマンモデルによって計算された確率密度を既存の価格リスク評価システムの V a R 評価装置 10 にそのまま出力し、その既存の V a R 評価
- 25 装置 10 から価格分布、リスク値分布、指標として統合されたリスク値を出力することができるのである。

V a R 評価装置 10 は任意の既存の装置を使用できる意味で、V a R 評価装置 10 は本発明の必須要素ではない。

マーケットデータベース 11 は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格

納したデータベースである。なお、この明細書で「データベース」というときは、データベース内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段と、それらを記憶管理するハードウェアを含めていうものとする。

マーケットデータベース 11 は、本発明を実行するためには必須の要素であるが、これは既存の外部のデータベースを使用することもできる。マーケットデータベース 11 が既存の外部のデータベースである場合には、本発明の他の構成要素を備えていることを条件として、そのようなデータベースを使用するシステムは本発明に含まれる。

以上が本発明の一実施の形態である金融商品等の価格リスク評価システム 1 の構成である。なお、上記の構成要素のうちデータ処理を行う手段は、好ましくはコンピュータの CPU が所定のプログラムを起動しその制御によってそれぞれの処理を行うものである。したがって、異なる処理手段が物理的には同一のハードウェアであることがある。また、上記の構成要素のうち入力部は、通常のキーボードやポインティングデバイスである場合がある他、データ通信によって他のデータファイルから入力する場合にはそのデータ通信手段を指すものとする。

次に、本発明が金融商品等のリスク分析のために導入するボルツマンモデルが、金融商品等の価格変動の確率分布を自由度を高くして、かつ正しく評価することができることの理論的な背景について説明する。

本発明は、ボルツマン方程式のパラメータである金融商品や金融派生商品の初期価格、価格変動率分布、価格変動方向分布と予測対象時間を入力し、モンテカルロ法でボルツマン方程式を解き、予測したい時間の価格とリスク値の分布を出力するものである。

最初に、金融商品や金融派生商品は価格の時間推移をボルツマン方程式で記述する。本発明は、ボルツマン方程式の中でも、既存産業の中の原子炉設計に実績のある中性子輸送ボルツマン方程式を適用する。

中性子の巨視的な挙動を説明する方程式が、中性子輸送ボルツマン方程式である。そしてボルツマン方程式に基づいて現象を説明するモデルをボルツマンモデルと呼ぶ。

中性子に関して、ボルツマンモデルでは、中性子の位置を  $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{v}$ 、 $\Omega$  及び  $t$  であ



る7次元のベクトルによって特徴づける。ここで、 $\mathbf{r} = (x, y, z)$  は、通常の位置空間の位置を意味する。そして、 $\mathbf{v} \Omega = (v \Omega_x, v \Omega_y, v \Omega_z)$  は速度空間の位置で、 $t$  は時間である。この7次元のベクトルから構成されている集合を、位相空間と呼ぶ。

- 5 中性子輸送ボルツマン方程式の一般形は、次の数6式によって表わされる。

【数6】

$$-\frac{\partial \phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \Omega; t)}{v \partial t} = \Omega \cdot \nabla \phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \Omega; t) + \Sigma_t(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \Omega; t) - \int d\mathbf{v}' d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}', \Omega' \rightarrow \mathbf{v}, \Omega) \phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}', \Omega'; t) - S(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \Omega; t)$$

ここで、重要な量は、 $\Sigma_t(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  と  $\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}', \Omega' \rightarrow \mathbf{v}, \Omega)$  で、それぞれ巨視的全断面積、二重微分断面積と呼称されている。これらは、単位長さ

- 10 あたりの中性子衝突確率を意味する。

巨視的断面積は、原子数密度（単位は、 $1/\text{cm}^3$ である）と微視的断面積との積である。微視的断面積は、原子炉を構成する核種（例えばウラン、酸素、水素など）によって決定される。微視的断面積は、原子核の実効断面積（単位は、 $\text{cm}^2$ ）である。そして、原子核1個と中性子1個の衝突確率を与える。断面積

- 15 という呼称は、原子核の面積に由来する。

金融には原子数密度と同じような概念は発見されていないので、巨視的断面積と微視的断面積を区別できない。そこで、中性子輸送ボルツマン方程式を金融に適用した場合は、巨視的断面積と微視的断面積を統合し、すべて、断面積と呼ぶ。なお、物理的な世界では、二重微分断面積は、原子核の反応から放出される中性

- 20 子の速度、及び角度分布に相当する。

決定論的な方法で任意のボルツマン方程式を正確に解くことは、不可能である。なぜなら、断面積は位相空間で複雑に変化するからである。これに対してモンテカルロ法は、近似なしでボルツマン方程式を解くことができることが知られている。

- 25 ここで、問題を解決する手段をわかりやすく説明するために、数6式を単純化し、一次元、均質、内部中性子源の無い問題を議論する。中性子輸送理論では、

y と z 方向では一様分布を仮定するので、一次元でも方向  $\Omega$  は 3 次元のベクトルである。金融の世界で一次元、均質、内部中性子源の無い問題を論じるために、ここでは、単一銘柄の株価のブラウン運動について述べる。したがって、方向は上昇、下落を示す  $\mu$  のみであり、他の方向は未定義である。

- 5 数 6 式は下記の数 7 式のように表わされる。

【数 7】

$$-\frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_t(v) \phi(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu) \phi(x, v', \mu'; t)$$

もし代表的速度  $u$  へ数 7 式の速度  $v$  を統合することができ、そして、角度分布が等方ならば、数 7 式は数 8 式で近似できる。

- 10 【数 8】

$$\frac{\partial \phi(x; t)}{v \partial t} = D \frac{\partial^2 \phi(x; t)}{\partial x^2}$$

このとき、拡散係数  $D$  は、数 9 式となる。

【数 9】

$$D = \frac{1}{f \Sigma_t(u)}$$

- 15 ここで、 $f$  は系の自由度である。そしてこの一次元、均質、内部中性子源の無い問題では、 $f$  は理想的には 1 である。それが、他の方向が未定義であることを意味している。

フラックス表現は、中性子輸送問題にとって非常に便利である。フラックス表現は、モンテカルロシミュレーションに多くの利点を与える。中性子輸送モンテカルロシミュレーションは、豊富かつ強力な分散低減技術で特徴づけられる。これらの技術は、フラックス表現で導入できるものである。しかし、金融モンテカルロをフラックス表現で説明するには、多くの混乱を引き起こす可能性があるもので、一時、従来の密度表現に戻る。

- 20 中性子の密度関数  $p(x, v, \mu; t)$  は、ボルツマン方程式の解によって与

えられる。

【数 1 0】

$$-\frac{\partial p(x, v, \mu; t)}{\partial t} = v\mu \frac{\partial p(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_s(v)vp(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu) v' p(x, v', \mu'; t)$$

中性子拡散方程式である数 8 式も数 1 1 式で書き直される。

5 【数 1 1】

$$\frac{\partial P(x; t)}{\partial t} = D' \frac{\partial^2 P(x; t)}{\partial x^2}$$

密度関数  $P(x; t)$  は、速度  $v$  と角度  $\mu$  での  $p(x, v, \mu; t)$  の積分である。密度表現での拡散係数は次の数 1 2 式となる。

【数 1 2】

10 
$$D = \frac{u^2}{f\lambda_i}$$

ここで  $\lambda_i$  は、中性子と媒質との衝突頻度であり、次の数 1 3 式で表わされる。

【数 1 3】

$$\lambda_i = u\Sigma_i(u)$$

もし、拡散係数  $D'$  の概念とボラティリティの概念が同じものであれば、数 1 2 式も成立し、ボラティリティ  $\sigma$  は数 1 4 式となる。

【数 1 4】

$$\sigma = \sqrt{\frac{2u^2}{\lambda_i}}$$

数 1 3 式と数 1 4 式とは、中性子速度と全断面積がボラティリティと等価であることを示す。典型的なボラティリティ  $\sigma$  は、 $\sqrt{(0.1)}$  の [1/year] の値をとる。もし価格が 1 日に一度変更されれば、衝突頻度  $\lambda_i$  は、365 の [1/

20

year] になる。u は、0.0117 [1/day] (これは、1日あたりの株価の変動率の平均にほぼ等しい) と評価される。

全断面積の評価例は、次の数15式で示される。

【数15】

$$\begin{aligned} \Sigma_t(u) &= \frac{2u}{\sigma^2} \\ &= \frac{2 \times 0.0117[1/\text{day}] \times 365[\text{days/year}]}{0.1[1/\text{year}]} \\ &= 85.4 \end{aligned}$$

全断面積 (数15式) は、ボラティリティの2乗に反比例することがわかる。ここで、金融工学のボラティリティとボルツマンモデルの全断面積との等価性を得ることができるのである。

このことから、中性子輸送ボルツマン方程式の変数である中性子の位置  $x$ 、速  
10 さ  $v$ 、角度  $\mu$ 、時間  $t$  と、金融商品又はその派生商品の価格  $x$ 、金融商品又はその派生商品の単位時間当たりの価格変動率  $v$ 、金融商品又はその派生商品の価格の変動方向  $\mu$ 、金融商品又はその派生商品が推移する時間  $t$  に対応をとることによって、ボルツマンモデルに基づく金融商品又はその派生商品の価格あるいはリスクを評価する方法を提供できる。

15 金融工学において中性子の二重微分断面積と等価の概念は、未だ定義されていない。しかし、ボルツマンモデルを適用するためには、二重微分断面積を定義しなければならない。ここでは、株価の二重微分断面積を評価するために、中性子断面積評価方法を直接適用する。

断面積は、原子核物理学の実験データ及び理論的な計算から評価できる。現在、  
20 株価の断面積を評価する理論はないので、実験データから二重微分断面積の評価を行う。実験データの例としては、新聞紙上やインターネット等で公開される株価である。

これらの評価法として、単位時間当たりの価格変動率  $v$  の分布は、価格の実績データからシグモイド関数とその近似形を用いて推定する。

25 また、ボルツマンモデルにおいてはボルツマン方程式の二重微分断面積の速度

分布項を決定しなければならないが、変動前の価格変動率  $v'$  をパラメータとして価格変動後の価格変動率  $v$  のシグモイド関数を決定することで、ボルツマン方程式の二重微分断面積の速度分布項を決定できる。

さらに、ボルツマン方程式を解くにあたって、金融商品又はその派生商品の変動方向の確率を金融商品又はその派生商品の価格の実績データからボルツマン方程式の二重微分断面積の方向分布項を決定できる。

また、金融商品等の価格変動方向に価格が増加する確率と減少する確率の間に相関関係がある場合には、ボルツマン方程式の二重微分断面積の方向分布項を決定する際に、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関を考慮することで確率ドリフトを詳細に評価できる。

また、金融商品等の価格分布が期待値を中心にして対称な分布と、非対称な分布をとる場合、対称な分布は、二重微分断面積の速度分布項と方向分布項を変数分離することで実現でき、非対称分布は、価格変動率の分布と変動方向の確率間の相関を考慮したもので実現できる。

さらにまた、ボルツマンモデルによれば、ボルツマン方程式の基本パラメータである断面積が価格に依存しない場合（均質問題）と価格に依存する場合（非均質問題）の両者に適用できる。すなわち、金融商品等の価格  $x$  に関係なく価格変動率や価格変動方向の分布が一定とすることにより均質問題を取り扱うことができ、反対に、金融商品等の価格  $x$  に対応して価格変動率や価格変動方向の分布が変化するとすることにより非均質問題を取り扱うことができるのである。

これにより、従来はボラティリティが価格に依存する一般性のあるモデルの実現は困難であるのに対し、ボルツマンモデルでは、ボルツマン方程式を均質問題と非均質問題に適用することにより、ボラティリティが価格に依存しない場合と価格に依存する場合の両者を統一的に記述できる。

また、ボルツマンモデルによれば、ボルツマン方程式を線形問題あるいは非線形問題に適用することにより、断面積が金融商品等の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形問題、あるいは依存する線形問題の双方を取り扱うことができる。

したがって、従来はボラティリティが価格分布に依存するモデルの実現が困難

であったが、本発明によれば、ボルツマン方程式を線形問題あるいは非線形問題に適用することにより、ポラティリティが価格分布に依存しない場合と価格分布に依存する場合の両者を統一的に記述できる。

- また、本発明によれば、金融商品又はその派生商品の確率密度関数と単位時間
- 5 当たりの価格変動率との積（フラックス）を導入することで、計算効率向上に効果的な分散低減法を採用できる。

- フラックスの概念を導入することにより、任意の時間における金融商品等の価格変動を模擬することができる。すなわち、中性子拡散方程式における飛跡推定量と同様に、金融商品又はその派生商品のフラックスを基にこれらの飛跡長から
- 10 価格の確率を評価する飛跡長推定量により、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

また、フラックスの概念を導入し、中性子拡散評価における点検出器の概念を金融商品あるいは派生商品の価格変動の評価に導入することにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減を図ることができる。

- 15 すなわち、金融商品又はその派生商品の価格変動の全事象又は一部の事象を用いて、ランダムサンプリング中に価格変動の事象が起こり得ず、また、フラックスとして通過することもできない程の微少な時間帯と価格帯における確率を評価することにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

- 20 また、フラックスの概念を導入し、随伴ボルツマン方程式から金融商品又はその派生商品の価格変動の随伴確率密度及び随伴フラックスを求め、随伴確率密度及び随伴フラックスに比例したサンプリングの重みをつけることにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

- また、ボルツマンモデルは、複数の金融商品、またはその派生商品間の相関を
- 25 考慮する金融商品にも適用できる。

これにより、複数の金融商品を組み合わせた金融派生商品であるポートフォリオを評価する際に、複数の金融商品又はその派生商品間の相関を考慮することが可能であり、これによって、従来の評価システムとの接続が可能となる。

また、金融工学の分野では、金融商品が前述の伊藤過程に従えばその派生商品

も伊藤過程に従うという伊藤の定理が知られている。この伊藤の定理は、ボルツマンモデルにも適用できる。したがって、ボルツマンモデルにおいて、金融派生商品の価格あるいはリスクを評価する際に、派生元の金融商品の価格分布を伊藤の定理に基づいて伝播させることができる。これにより、これまでに開発された

5 価格及びリスク評価システムに反映することができ、その結果、従来の評価システムとの接続が可能となる。

最後に、本発明のボルツマンモデルは、価格変動シミュレーションを行って個々のシミュレーションによる確率分布を積み重ねて価格分布、リスク値分布を求めるものである。前記価格変動シミュレーション部15と確率密度算出部

10 16による金融商品等の価格変動シミュレーションを並列処理することにより、計算速度の向上を図ることができる。

以上が、金融商品等のリスク分析のためにボルツマンモデルを導入できる理論的な背景であったが、次に、ボルツマンモデルによる金融商品等の価格分布、リスク値分布について解析例を交えて具体的に説明する。

15 図2に、本発明のボルツマンモデル解析部5における処理の流れを示す。図2に示すように、ボルツマンモデル解析部5では、処理A～Iの処理を行う。

処理Aは、ボルツマン方程式を初期化する処理である。この処理Aは、初期化部12により行われる。

処理Bは、ボルツマン方程式の初期値を与える処理である。ボルツマン方程式を解くことは、ソース項を有するボルツマン方程式のグリーン関数を求めること

20 である。グリーン関数はいわば位相空間の一点にある仮想的な粒子（ソース）が体系中に広がっていく分布を表すものである。処理Bで価格 $x$ 、価格変動率 $v$ 、価格変動方向 $\mu$ の初期値 $x_0$ 、 $v_0$ 、 $\mu_0$ を定めることによりボルツマン方程式のソース項が与えられる。この処理Bは初期値設定部13によって行われる。

25 処理Cは、サンプリング方法を設定する処理である。ここでは、1日に1回の価格変動があると仮定した場合を示している。なお、全断面積により、価格変動頻度に応じたサンプリングをする場合については後述する。この処理Cは、サンプリング部14によって行われる。

処理Dは、モンテカルロ法によって価格変動を模擬する部分である。図中の式、

【数 16】

$$\xi_{i,2} = \int_0^{v_{i+1}} dv \cdot v \exp \left[ -\frac{v}{T} \right]$$

における  $v \cdot \exp [-v/T]$  は微分断面積の速度項の経験式である。すなわち、  
 ボルツマン方程式に速度分布を与え、乱数を発生させてその乱数が表す確率を満  
 5 たす  $v_{i+1}$  求めることにより、価格変動を模擬しているのである。上記処理 D  
 は、価格変動シミュレーション部 15 によって行われる。

なお、図 2 の例では、価格変動方向については、単純に乱数の値から価格が増  
 加する方向  $\mu_{i+1} = 1$ 、あるいは価格が減少する方向  $\mu_{i+1} = -1$  を模擬してい  
 る。

10 処理 E は、グリーン関数の積分を行っている。これにより、確率密度  $P_m$  が計  
 算される。この処理 E は、確率密度算出部 16 によって行われる。

処理 F は、一試行が終了したか否かを判定している。処理 F は、一試行終了判  
 定部 17 によって行われる。一試行が終了していない場合には、処理を C に戻す。

15 処理 G, H は、全試行が終了しているか否かを判定し、全試行が終了してい  
 ない場合には、処理を B に戻す。処理 G, H は全試行終了判定部 18 によって行わ  
 れる。

処理 I は、求められた確率密度を編集する処理であり、確率密度編集部 19 に  
 より行われる。

20 上記図 2 は、1 日に 1 回の確率変動が生じるとしてサンプリングを行ったが、  
 図 3 に価格変動頻度に応じてサンプリングの時間幅を設定する場合を示す。

図 3 は、処理 C', E' 以外は図 2 と同じである。図 3 の処理 C' では、価格  
 変動頻度に応じてサンプリングの時間幅を設定している。ボルツマン方程式にお  
 ける巨視的全断面積は、中性子の平均自由行程（衝突するまでに進む平均距離）  
 の逆数を意味する。この全断面積に速さ  $v$  を乗じたものは、衝突頻度（単位時間  
 25 あたりの衝突確率）となる。これを、株価の変化に適用すると、株価変化の確率  
 過程と全断面積が分かれば、時間グリッドを設けることなく、価格変動シミュレ  
 ーションを行うことができる。

従来は、一定の時間変化を  $\Delta t$  として、 $\Delta t$  時間だけ先の価格は  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  の標準



偏差を有する正規乱数で模擬していたため、時間グリッド  $\Delta t$  を設定する必要があった。従来の技術では、適当な時間グリッドの設定は正確なシミュレーションを行うには不可欠であるが、その設定が困難であった。これに対して、処理 C' の方法によれば、時間グリッドの設定を省くことができる。

- 5 図 3 の例では、処理 C' において、価格変動に指数分布を、次の数 17 式のように仮定している。

【数 17】

$$\tau_i = \frac{-\ln(1 - \xi_{i,1})}{v_i \sum_i (v_i)}$$

- 10 上式の確率過程及び全断面積は全断面積・確率過程入力部 7 によって入力される。

図 3 の処理 D では、上記サンプリング方法に従い、価格変動をシミュレーションする。この価格変動シミュレーション自体は、図 2 の価格変動シミュレーション D の処理と全く変わらない。

- 15 しかし、図 3 の処理では、サンプリングの時間幅が価格変動頻度に応じて変化する。各価格シミュレーションの後に、次のサンプリング位置が観測領域 (Am, Bm, Cm, Dm) 内にあるか否かによりサンプリングの時間幅を調節している。

- 20 図 4 と図 5 は、図 2 と図 3 にそれぞれ対応する所定の観測領域内におけるシミュレーションを模式的に表したものである。特に図 5 において、時間グリッドに関係なく、価格変動頻度に応じて所定の時間幅で価格変動を模擬できることが分かる。

本発明のボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションは、時間 T、方向 M、速度 V を表す関数として、次の数 18 式を用いると、従来の拡散モデルに基づく模擬を実施できる。

【数 18】

$$T(\xi_{3i+1}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = -\frac{\ln(1 - \xi_{3i+1})}{\lambda}$$

$$M(\xi_{3i+2}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = 1 \quad (\xi_{3i+2} \geq 0.5 \text{ ならば}), \\ -1 \quad (\xi_{3i+2} < 0.5 \text{ ならば})$$

$$V(\xi_{3i+3}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = v_0 + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) (\mu_{i-1} = 1 \text{ ならば}), \\ v_0 - \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) (\mu_{i-1} = -1 \text{ ならば})$$

2つの例題の結果を示す。

<例1>:  $r = 0.05$ ,  $\sigma^2 = 0.11$  で  $T = 0.25$  年の場合

- 5 図3のフローチャートに示す  $x$  の範囲  $A_m$  と  $B_m$  は、 $\delta x = 0.1\sigma$  とし、 $-3\sigma < x < 3\sigma$  を 60 等分した区間で、時間  $t$  の区間  $C_m$  と  $D_m$  は、 $C_m = 0.25$  [年]、 $D_m = C_m + (1/365)$  [年] である。評価量  $\omega_i$  は 1 である。

この例1の評価結果を図6に示す。図6に示すように破線の理論値 2.1 (対数正規分布) と本結果 2.2 (実線) は一致している。

- 10 <例2>:  $\sigma^2 = 0.1$  で、 $r = 0.05$  と  $r = 0$  の場合

図3のフローチャートに示す  $x$  の範囲  $A_m$  と  $B_m$  は、 $A_m = -\infty$ 、 $B_m = +\infty$  で、時間  $t$  の区間  $C_m$  と  $D_m$  は、 $\delta t = 1$  [日] で 0 から 365 [日] の 365 区間である。評価量  $\omega_i$  は  $x$  である。図7に示すようにドリフトがある場合の理論値 2.3、ドリフトがない場合の理論値 2.4 の両者を評価結果 2.5 と 2.6 が再現していることがわかる。

上記シミュレーションの速度分布と方向分布は、標準正規分布と同様の確率分布としたため、拡散モデルと等価の確率密度となった。

ボルツマンモデルを実現するためには、速度分布及び方向分布を評価しなければならない。

- 20 次に、速度分布の評価例を示す。幾何ブラウン運動を適用するために株価の自然対数を  $x$  とする。これが、中性子の位置  $x$  に相当する。

日本の電機産業会社約 60 社の 3 年におよぶ株価から、速度分布と方向分布を評価する。これらの株価の 1 日の終値の自然対数を  $x$  とする。当日の終値の自然

対数と前日の終値の自然対数との差の絶対値を入射速度  $v'$  とし、翌日の終値の自然対数と当日の終値の自然対数との差の絶対値を現在速度  $v$  とする。これらの速度は、株価の 1 日あたりの変化率に相当する。

入射方向  $\mu'$  を  $v'$  の符号とし、当日の方向  $\mu$  を  $v$  の符号とした。1 日毎の変化  
5 化を見ているので、決定論的なドリフト項（例えば、非危険利子率）は除かれている。本データによるシミュレーションにドリフトが見られれば、それは純粹に確率的ドリフトである。

株価の速度分布を求めるためには、図 8 に示すスペクトルが必要である。スペクトルは、密度  $p(x, v, \mu; t)$  の  $x, \mu, t$  の積分で数 19 式で表される。

10 【数 19】

$$S(v) = \int dt d\mu dx \cdot p(x, v, \mu; t)$$

図 8 で、●マークは全スペクトル 27（数 19 式）を示す。負方向（価格の減少： $S_-(v)$ ）28 と正方向（価格の増加： $S_+(v)$ ）29 をそれぞれマーク \* と □ で示すが、それらは数 20 式のようにになる。

15 【数 20】

$$S_-(v) = \int dt dx \cdot p(x, v, -1; t)$$

$$S_+(v) = \int dt dx \cdot p(x, v, 1; t)$$

これらのスペクトルは、大きさは若干異なるが、形は変わらないことがわかる。本結果から、速度分布と方向分布の独立性が明らかになる。これらの分布は、マックスウェル分布を典型例とした次の数 21 式のシグモイド関数とその近似形で  
20 記述できる。

【数 21】

$$f(v) \propto \frac{v^\kappa \zeta \cdot g \exp[\gamma v]}{g \exp[\gamma v] + \zeta - g}$$

ここで、 $v, \kappa, \zeta, g, \gamma$  は任意の実数である。

これらは、2 つのライン（急傾斜 30 と緩傾斜 31）によって示されるので、  
25 これらのスペクトルは 2 つの成分で構成されていることがわかる。図 8 の凸状力

ープは、ガウス分布18（正規分布）である。ガウス分布は、急傾斜のラインをおおよそ再現するが、緩傾斜のラインを極端に過小評価する。

5    スペクトルの入射速度依存性を調べる。結果を図9に示す。図9で、塗りつぶしたマーク33、点34、及び塗りつぶしていないマーク35はそれぞれ、入射速度が約1%、約2%及び約3%に関する速度分布を示す。これらの分布は1に規格化している。

10    二重微分断面積 $\Sigma(v', \mu' \rightarrow v, \mu)$ を、図10と図11に方向 $\mu$ に関して示す。図10と図11から、これらの形は変わらないことがわかる。このことから、速度分布 $\mathfrak{S}(v' \rightarrow v)$ と方向分布 $\rho(\mu' \rightarrow \mu)$ の積で二重微分断面積を与えることがわかり、数22式を得る。

【数22】

$$\Sigma(v', \mu' \rightarrow v, \mu) \propto \mathfrak{S}(v' \rightarrow v) \rho(\mu' \rightarrow \mu)$$

15    ここで、変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布をシグモイド関数で決定する例を示す。図9から図11により、入射速度 $v$ に従って、スペクトルが高い方向にずれることがわかるので、温度の概念を導入できる。図9から図11の分布も、マックスウェル分布で記述できる。

図9から図11は、指数分布を示唆しているので、原子核反応で放出された中性子を表すために用いられる蒸発スペクトル、数23式を用いる。

【数23】

$$20 \quad f(v) \propto v \exp\left[-\frac{v}{T}\right]$$

これはマックスウェル分布の変形である。数23式の自然対数をとると、数24式の関係を得る。

【数24】

$$\ln(f(v)) - \ln(v) = -\frac{v}{T} + \text{Const}$$

25    図12に關係1を示す。勾配の逆数は、温度 $T$ に相当する。図12は、微分断面積の速度項の経験式、数25式を与える。図13に速度 $v'$ と温度 $T$ の關係を示す。

【数 2 5】

$$\mathfrak{S}(v' \rightarrow v) \propto v \exp \left[ -\frac{v}{3.5533v'^2 + 0.1023v' + 0.0044} \right]$$

次に、金融商品又はその派生商品の変動方向の確率を金融商品又はその派生商品の価格の実績データから推定する例を示す。

- 5 本問題では、方向は1と-1のみをとる。1は、価格の増加を意味する。そして、-1は価格の減少を意味する。金融工学では、方向分布は数26式で与えられる。

【数 2 6】

$$\wp(\mu' \rightarrow \mu; t) = \begin{cases} \wp(1 \rightarrow 1; t) & ; \quad \text{価格が上昇し続ける} \\ \wp(-1 \rightarrow 1; t) & ; \quad \text{価格が下降から上昇に変わる} \\ \wp(1 \rightarrow -1; t) & ; \quad \text{価格が上昇から下降に変わる} \\ \wp(-1 \rightarrow -1; t) & ; \quad \text{価格が下降し続ける} \end{cases}$$

- 10 価格が上昇し続ける確率 $\wp(1 \rightarrow 1; t)$ と価格が下降し続ける確率 $\wp(-1 \rightarrow -1; t)$ の5日毎の平均を図14に示す。■マーク36は、価格の上昇から上昇への事象 $\wp(1 \rightarrow 1; t)$ を、□マーク37は、価格の下降から下降への事象 $\wp(-1 \rightarrow -1; t)$ をそれぞれ示す。太い実線38と太い破線39は、それらの時間平均である。他の確率は、数27式で与えられる。

- 15 【数 2 7】

$$\begin{aligned} \wp(1 \rightarrow -1; t) &= 1 - \wp(1 \rightarrow 1; t) \\ \wp(-1 \rightarrow 1; t) &= 1 - \wp(-1 \rightarrow -1; t) \end{aligned}$$

- 金融商品又はその派生商品の変動方向の確率に関して、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関は、図14に示される。図14で、価格が上昇しつづける確率（図中、■36）と価格が下降しつづける確率（図中、□37）が時間とともに互いに反発する方向に変化することが、これらの負の相関を意味する。

図14に示す相関を二重微分断面積の角度分布に考慮することにより、より正確な確率的ドリフトの評価が可能となる。

次に、本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによる評価を、従来技術による評価と比較して示す。

図 1 5 に、評価した速度分布と方向分布を用いたボルツマンモデルの結果を示す。図 1 5 中の細い実線 4 0 はボルツマンモデルの評価結果で、太い実線 4 1 は実績データである。ボルツマンモデルは、価格のジャンプ（大きな変動）をシミュレーションできていることが分かる。

- 5 図 1 6 は図 1 5 の拡大図である。■ 4 2 で示したものが実績データである。実績データは、1 日で約 1 0 パーセントの価格変化（ジャンプ）4 3 を随所で示す。

□ 4 4 と △ 4 5 は、ボルツマンモデルによるシミュレーション例の一部である。これらは、実績データ 4 2 のジャンプ 4 3 と類似したジャンプ 4 6 を示す。この価格のジャンプをシミュレーションできることは、金融商品等のリスク評価という面では重要である。

- 10 これに対して、従来の拡散モデル（図 1 6 中の + 4 7）は、このような急激なジャンプを再現できず、連続的な価格変化しかシミュレーションすることができない。

- 2 0 0 日後の株価の対数の分布もシミュレートした。結果を図 1 7 に示す。本  
15 シミュレーションでは、決定論的ドリフト項（例えば、非危険利子率）は考慮していない。従来の拡散モデルは、図 1 7 の実線の曲線 4 8（期待値が 0 で、標準偏差が 0. 2 9）で示す。ボルツマンモデルは、若干ドリフトした結果（■ 4 9）となる。これは、純粋に確率過程から生じたものである。ドリフトの補正をしたガウス分布（図中の破線 5 0）は、ボルツマンモデルの約  $\pm 2. 5 \sigma$  の範囲を覆っているが、それ以外は過少評価となっている。

ボルツマンモデルの特長は、本例の結果で示される。すなわち、従来技術では系統的評価が不可能であった価格変化が大きい部分の確率の評価と確率的ドリフトの評価が、ボルツマンモデルでは評価可能なのである。

- 次に、速度  $v$ （価格変動率）と角度  $\mu$ （価格変動方向）の相関がある場合について説明する。上述した解析例では、二重微分断面積に関して、数 2 2 式のように速度  $v$  と角度  $\mu$  を変数分離して、それぞれ独立と仮定した。

しかし、ボルツマンモデルでは、変数分離しない関数を導入することにより速度  $v$  と角度  $\mu$  の相関も考慮できる。これらの相関を考慮していない例では、平均値を中心にして対称な分布しか評価しない。これに対して、価格変動率の分布と

変動方向の確率間の相関を考慮することにより、変数分離しない関数を導入でき、非対称な分布も評価できる。

次に、非均質問題について説明する。数 7 式は、断面積  $\Sigma$  が価格  $x$  について一定である。これは、ボラティリティが価格に対して一定であるという従来の金融工学と同じである。従来の金融工学では、断面積  $\Sigma$  が価格  $x$  について一定でない非均質問題については、ボラティリティスマイル等の技法でボラティリティの価格依存性を補正している。しかし、これらの技法は経験やノウハウに頼るところが大きい。これに対して、ボルツマンモデルでは、非均質問題である数 6 式を適用することにより、ボラティリティの価格依存性を系統的に考慮できる。

- 10 次に、価格分布の変化によって非均質性が変化した場合について説明する。従来の金融工学では、理論的に非均質問題を取り扱うことはできないので、確率ボラティリティとして処理することが多い。しかし、この確率ボラティリティもノウハウや経験に頼る点が大きいため、客観性に欠けることが否めない。これに対して、ボルツマンモデルでは、次の非線形ボルツマン方程式である数 28 式により、確率ボラティリティを正確に扱うことができる。

【数 28】

$$-\frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_i(\phi(x, v, \mu; t), v) \phi(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(\phi(x, v, \mu; t), v', \mu' \rightarrow v, \mu) \phi(x, v', \mu'; t)$$

- この数 28 式では、フラックス  $\phi$  が断面積に含まれており、フラックスの変化とともに断面積も変化する。この技術は、中性子の場合には原子燃料の燃焼計算として実現している。金融工学の場合には、確率的ボラティリティの系統的な評価法となる。

- 次に、観測領域内の任意の時点の評価について説明する。数 10 式の密度表現では、たとえば、199 日と 200 日の間の任意の 1 時間に関する確率密度を評価することはできない。何故なら、ここでは価格変動の事象が検出できないからである。

これに対して、数 6 式と数 7 式のフラックス表現を用いると、価格変動の有無に関わらず、任意の時間  $t$  でフラックス  $\phi(x, v, \mu; t)$  が求まる。フラッ

クス  $\phi(x, v, \mu; t)$  は、任意の時間  $t$  を表現することができるので、199日と200日の間の任意の1時間の確率密度  $P$  は、数29式で正しく求めることができる。

【数29】

$$5 \quad P = \int_{\Delta t=1} dt \frac{\phi(x, v, \mu; t)}{v}$$

これは、飛跡長推定量である。

次に、有意なサンプリングを実施できない点に対する評価方法について説明する。飛跡長推定量は、任意の時点の評価を行うことができるが、非常に小さな価格帯と時間帯では膨大なサンプリングを実施しても有意なサンプリングを実施できないので、評価は不可能である。

このような場合には、位相空間の一点における中性子を評価する点検出器の概念を金融商品等の事象に適用することにより、評価が可能となる。中性子評価における点検出器の概念は、ある点Cの中性子を評価する場合に、点Aから出発して点Bで衝突して点Cを通過する確率を評価する。すなわち、C点を通過しない散乱の情報をもとに点Cを通過する確率を推定するのである。最も簡単な例では、点Bと点Cの距離を  $r$  として、点Bから点Cの間に中性子は  $\exp(-\Sigma_t \cdot r)$  だけ減衰し、また、距離に応じて立体角が変化して  $1/r^2$  の補正により、点Bで変化して点Cに到達する中性子を相当程度正確に推定することができる。また、点Bでの散乱角の確率は微分断面積  $\Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu)$  と分かっているので、サンプリング中に点Bで変化して点Cに到達しない場合でもその確率を評価することができる。

この点検出器の概念を金融商品等の評価に導入し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、目標とする微小な観測領域の価格あるいはリスク値分布を評価することができる。

すなわち、現実的には、目的とする位相空間内の微小領域での事象をサンプリングでは引き起こさないにもかかわらず、事象を引き起こす経路を自動的に調べることにより、ランダムサンプリング中に価格変動の事象が起こり得ず、フラックスとして通過することもできない程の微小な時間帯と価格帯における確率を現



実的な計算時間で評価できる。このように、価格変動事象が生じず、かつ、フラックスとして通過することもできない微小領域の確率を評価することにより、分散低減を図ることができるのである。

次に、ボルツマンモデルにおける随伴確率密度あるいは随伴フラックスを導入する場合について説明する。数7式に示すボルツマン方程式の随伴方程式である数30式の解である随伴フラックス $\phi^*(x, v, \mu; t)$ は、

【数30】

$$-\frac{\partial \phi^*(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi^*(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_t(v) \phi^*(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v, \mu \rightarrow v', \mu') \phi^*(x, v', \mu'; t) - S^*(x, v, \mu; t)$$

随伴線源 $S^*(x, v, \mu; t)$ の期待値である次の数31式で規定されるものの感度を表す。

【数31】

$$\langle S^*(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t) \rangle = \int dv d\mu dx dt S^*(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t)$$

ここで、随伴線源 $S^*(x, v, \mu; t)$ は金融商品又は金融派生商品の価格評価式に相当する。

したがって、随伴フラックス $\phi^*(x, v, \mu; t)$ に比例した重みを位相空間に与えることで、金融商品又は金融派生商品の価格の期待値を評価する際に、モンテカルロ法に伴う分散を低減できる。

次に、金融商品等の間に相関関係がある場合の適用について説明する。従来、複数の、たとえば2つの金融商品とその派生商品の価格評価では、これらに数32式に表わされるような相関がある場合には、

【数32】

$$\begin{aligned} dx_1 &= \mu_1 dt + \sigma_1 \sqrt{dt} \xi_1 \\ dx_2 &= \mu_2 dt + \sigma_2 \sqrt{dt} \xi_2 \end{aligned}$$

2つの伊藤過程に関して、正規乱数 $\xi_1$ と $\xi_2$ を発生させるときに、既知の相関係数 $\rho$ にしたがった相関のある乱数を発生させて模擬している。これによって、

単一の商品のみならず、複数の商品を組み合わせたポートフォリオの価格評価

を実現する。

これに対して、本発明では、ポートフォリオへの適用に関して、ボルツマンモデルにより、従来技術と同様に複数の商品について次の数33式のようにボルツマン方程式を連立させ、

5 【数33】

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{v_1 \partial t} &= \mu_1 \frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{\partial x_1} + \Sigma_1(v_1) \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t) \\ &\quad - \int dv'_1 d\mu'_1 \Sigma_s(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1) (\phi_1(x_1, v'_1, \mu'_1; t) + \phi_2(x_1, v'_1, \mu'_1; t)) \\ -\frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{v_2 \partial t} &= \mu_2 \frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{\partial x_2} + \Sigma_2(v_2) \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t) \\ &\quad - \int dv'_2 d\mu'_2 \Sigma_s(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2) (\phi_1(x_2, v'_2, \mu'_2; t) + \phi_2(x_2, v'_2, \mu'_2; t)) \end{aligned}$$

各式の右辺第3項の二重微分断面積  $\Sigma_s(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1)$  と  $\Sigma_s(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2)$  との間の相関を考慮することにより、従来技術である数32式と同等以上の効果を実現できる。

- 10 次に、本発明のボルツマンモデルにおける伊藤定理の適用について説明する。  
従来、金融派生商品の価格評価では、派生元の金融商品、たとえば株の価格  $S$  が、  
次の数34式の伊藤過程に従うときに、

【数34】

$$dS = a(S, t)dt + b(S, t)\sqrt{dt}\xi$$

- 15 株価に連動した派生商品の価格  $F(S, t)$  は、数35式のように表わされ、派生元の過程と同様に伊藤過程に従うことがわかっている。これを伊藤の定理という。

【数35】

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + a \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} b^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \right) dt + b \frac{\partial F}{\partial S} \sqrt{dt} \xi$$

- 20 従来は、乱数  $\xi$  に正規分布を用いていたが、伊藤の定理は、正規分布でなくても第2項のランダム過程が微小時間  $dt$  の平方根に比例すれば成立する。

したがって、ボルツマンモデルでは、価格の分布を正規分布にかかわらず、任意に求めることができる。ボルツマンモデルで評価した分布の分散が時間の平方根に比例する場合には、伊藤の定理に基づいて設計された従来の価格評価システムでも、乱数の  $x$  を正規分布からボルツマンモデルで求めた分布に置き換えることで、ボルツマンモデルを厳密に適用した場合と同等の効果を実現できる。

ボルツマンモデルによる価格分布は厳密には正規分布にはならないが、図 18 に示すように標準偏差に価格を規格化した分布形は時間によらず一定となる。図 18 の ■ マーク 51 は 20 日後、▲ マーク 52 は 60 日後、◆ マーク 53 は 100 日後、□ マーク 54 は 120 日後、△ マーク 55 は 160 日後、◇ マーク 56 は 200 日後の価格分布をそれぞれ示す。これらは、約  $\pm 2.5\sigma$  以内では正規分布 57 と一致する。この正規分布は標準偏差が時間の平方根に比例する。したがって、ボルツマンモデルによる確率分布の標準偏差が時間の平方根に比例することを意味する。

この例は、日本の電機産業メーカー 60 社の株価の分布をシミュレートしたものである。これらの株価から派生した金融商品の価格又はリスク値を評価するための従来システムが伊藤の定理に基づいたものであれば、正規分布をボルツマンモデルの分布に置き換えるだけでボルツマンモデルの効果を取り入れることができる。

最後に、本発明の並列処理システムへの適用について説明する。本発明は、モンテカルロ法を解析手法の基礎とする。モンテカルロ法は並列処理により高速化がはかれる数値解析手法として広く認識されている。特に、中性子輸送モンテカルロ法は、並列処理による高速化に関しては多くの実績を持つ。本発明は、ボルツマンモデルの実現に中性子輸送モンテカルロ法の手法を用いているので、必然的に並列処理による高速化も達成できる。

図 19 は並列処理システムの一例を示している。図 19 において、処理ブロック A ~ I の各処理は、図 2、図 3 の各処理と同一のものである。このような並列処理システムでは、各価格変動シミュレーション B ~ F を並列化し、各試行を複数の CPU に分担させることにより、並列処理に用いた CPU の数にしたがって、高速化が実現できる。

以上で本発明の一つの特徴である金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムの最適な実施の形態の説明を終了するが、上記説明では本発明を実現するシステムについて説明した。しかしながら、実際の実施においては、コンピュータを制御して上述したような処理を行わせるプログラムを記録媒体に記録させ、この記録媒体の譲渡等を行い、この記録媒体を用いて所定のコンピュータシステムによってプログラムを起動し、上記金融商品等の価格リスク評価システムを実現するものである。

次に、本発明の第2の特徴であるディーリングシステムの最適な実施の形態を、図20以降の図面に基づいて詳説する。まず、オプション価格評価の理論と実際について説明する。自由マーケットで取引されている原資産（代表的なものに株式や株価指数がある）の将来の売買価格を決定する権利（オプション）の中でもヨーロピアンオプション（権利行使が満期日のみ）の価格は、原資産価格のリスク中立確率測度（確率密度） $P(S, \tau)$ を用いて、数36式と数37式の積分で評価できる。

【数36】

$$\text{Call}(K, \tau) = e^{-r\tau} \int_K^{\infty} dS P(S, \tau) (S - K)$$

【数37】

$$\text{Put}(K, \tau) = e^{-r\tau} \int_0^K dS P(S, \tau) (K - S)$$

ここで、 $S$ は原資産価格、 $\tau$ は満期までの期間、 $r$ は非危険利子率（満期までに確定されている金利）、 $K$ は行使価格である。

数36式は満期日に行使価格 $K$ で原資産を購入する権利（コールオプション）の理論価格で、数37式は満期日に行使価格 $K$ で原資産を売却する権利（プットオプション）の理論価格である。これらのオプションの購入者は、満期日の原資産の価格と無関係に行使価格 $K$ で権利を行使できる。すなわち、コールオプションの購入者は満期日の原資産価格が $K$ より大きくても、価格 $K$ で購入できる。コールオプションの販売者は、満期日に価格 $K$ で販売する義務が生じるが、満期日までに、これら原資産を価格変化に応じて売買を繰り返すことで、最低、数36

式のコストでオプション購入者に価格Kで販売できる。

オプション価格評価によく用いられている公式として、ブラック・ショールズの式（BS式）がある。数36式と数37式のリスク中立確率測度に次の数38式の対数正規分布を用いると、

5 【数38】

$$P(S, \tau) = \frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi\tau}} \exp \left[ -\frac{\left( \ln(S) - \frac{\sigma^2\tau}{2} \right)^2}{2\sigma^2\tau} \right]$$

これらの数36式と数37式は、BS式である次の数39式と数40式になる。

【数39】

$$\text{Call}(K, \tau) = SN(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2)$$

10 【数40】

$$\text{Put}(K, \tau) = -SN(-d_1) + Ke^{-r\tau} N(-d_2)$$

ここで、 $d_1$ 、 $d_2$ は次の数41式で表わされるものである。

【数41】

$$d_1 = \ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \frac{\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

15 上記の数38式、数39式、数40式のパラメータ $\sigma$ は価格変動率（ボラティリティ）で、原資産価格の幾何ブラウン運動モデル（原資産の価格が価格の対数に関して拡散するモデル）の拡散係数である。

BS式は、ボラティリティ $\sigma$ が、 $\tau$ と $S$ に関して一定であるという仮定のもとに導出されている。したがって、BS式は、マーケットが時間と価格にかかわらず一定の挙動を示すという静的なマーケットを仮定している。

20

しかし、現実のマーケットは時間と価格で変わると認識されている。図20に、幾何ブラウンモデルが予測する原資産の価格変動率C1と典型的な株価の終値の変動率（日次収益率）C2を示してある。これらは、ボラティリティは等しいが、価格変動の様相は大きく異なる。幾何ブラウン運動モデルC1では大きな価格変

動はほとんど見られないのに対して、現実の価格は曲線C 2のように大きく変動する。したがって、原資産に個別銘柄の株価を用いた場合のオプション価格をB S式で評価することは難しく、個別株オプションの取引は少ないのが現状である。

- 5 株価指数、たとえば日経225のように多数銘柄の修正株価平均は、個々の銘柄の株価の動きよりも緩やかである。したがって、株価指数のオプション価格はB S式で評価しやすい問題となり、現在では多くの取引がなされている。しかし、225銘柄の平均をとっても、図21に示すように、日次収益率C 3の変動は幾何ブラウン運動モデル（図20の曲線C 1）とは異なることが分かる。これを図20の個別銘柄の日次収益率C 2と比較すると、変動の大きさが小さい点を除けば、個別銘柄と本質的に変わらない。したがって、株価指数オプションの取引者はB S式を補正してオプション価格を評価している。

- 15 補正の一例を図22に示す。マーケットで取引されたオプション価格とB S式の評価値とが一致するボラティリティをインプライドボラティリティ（I V）という。図22の■マークM 5 1は、日経225株価指数プットオプション終値の典型的なインプライドボラティリティである。

- 20 図22のヒストリカルボラティリティと記された30%の水平ラインC 4は、原資産である日経225株価指数の動きから算出されたヒストリカルボラティリティである。もしも、マーケットが完全にB S式のもとになる幾何ブラウン運動モデルに従っていれば、図中の■マークM 5 1は30%のラインC 4上に分布するはずである。しかし、現実には行使価格が原資産価格から離れるにしたがって、インプライドボラティリティは増加する傾向が見られる。このように、行使価格と原資産価格が等しい点（行使価格／原資産価格＝1.00）を中心にしてインプライドボラティリティが増加する傾向はスマイルカーブC 5と呼ばれている。また、スマイルカーブC 5は満期までの期間が増えるにしたがって、カーブの曲率25 率が緩やかになる期間構造を示すことも知られている。

通常、オプションの取引者は、マーケットでの取引価格を基に、インプライドボラティリティのスマイルカーブと期間構造をまとめたボラティリティマトリックスを把握し、B S式によるオプション価格を補正することによってオプション価格を決定している。

ボラティリティマトリックスはオプション価格評価手法として一番成功したものであるが、短所もある。その短所をまとめると、次の2点に集約できる。

1. 取引がない、又は非常に少ない場合には、インプライドボラティリティを得ることができない。

5        2. 実際の取引価格はバラツキが大きく、現実をよく表している代表的な取引を特定することが困難である。

10        上記1. の欠点はインプライドボラティリティの本質的な問題で、インプライドボラティリティでは解決できない。他方、上記2. はバラツキの大きい情報から有意な情報を抽出するフィルタリングの手法で、現実をよくあらわしている代表的な取引を特定できる可能性がある。

15        フィルタリングの手法を適用する以前に、平均的挙動を把握するために、インプライドボラティリティのスマイルと期間構造が生じるメカニズムを明らかにする必要がある。スマイルと期間構造のメカニズムは未だ解明されているわけではないが、多くの実証研究によると、現実の価格変動の確率が、BS式で仮定している正規分布よりも価格変動の小さい部分で尖っていて（Leptokurticity）、価格変動の大きい部分で裾広がり（Fat-Tail）となっている点が主要因と考えられている。

20        図23にその一例を示してある。図23において、実際の日次収益率を示す□マークM52は、正規分布C6よりも中心で尖り、裾が広がっている。このような価格分布に従うと、図24中、■マークM53が示すように、BS式で用いている対数正規分布C7と比較して相対価格が1.0近辺での確率密度の広がり（ボラティリティ）は小さく、相対価格が2.0以上と2.5以下での確率密度のボラティリティは対数正規分布C7よりも大きくなることは容易に理解できる。

25        また、時間が経過するにしたがって、中心極限定理から価格分布（図中、□マークM54）は正規分布に近づくと考えられるので、価格分布の中心部と裾の広がり、時間が経過するとともに正規分布C8と等しくなる。これが、スマイルカーブと期間構造が生じる要因と考えられている。これと同様の議論が、John C. Hull, "OPTIONS, FUTURES & OTHER DERIVATIVES, Fourth Edition", Prentice-Hall International Inc., 2000, chapter 17 でも展開されている。

価格変動分布の Fat-Tail は、図 20 と図 21 に示されている現実の価格変動 C  
2, C3 で時々生じる大きな価格変動に相当する。これらを考慮したモデルとし  
て、Fat-Tail を正規分布と全く異なる確率過程で独立に生じさせるジャンプモデ  
5 ティモデルの 2 つがあげられる。しかし、ジャンプモデルは、不連続な価格変化  
を仮定し、確率ボラティリティモデルは本質的に非線形問題となる。そのため  
リスク中立確率測度が一意的に求まらない。その結果、数 36 式と数 37 式のオ  
プション価格評価式がこれらのモデルに適用できないという欠陥があった。

これらのモデルに対して、ここで提案されているボルツマンモデルは、広義の  
10 確率ボラティリティモデルに含められるが、線形ボルツマン方程式で  
Leptokurcity と Fat-Tail の特徴を表現できている。線形ボルツマン方程式で角度  
分布を等方分布（数 26 式の  $p(\mu' \rightarrow \mu; t) = 1/2$  の場合）とすると、そ  
の解はリスク中立でかつ一意的である。したがって、ボルツマンモデルをオプシ  
15 ョン価格評価に適用することで、ボラティリティマトリックスの基本的なトレンド  
を評価できる。

ボルツマンモデルの特徴として、価格変動の相場依存性の考慮があげられる。  
相場依存性とは、価格の大きな変動がまとまって生じることである。本発明の第  
1 の特徴である上述の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム  
では、Leptokurcity を考慮するために、価格分布  $f(v)$  にマクスウェル分布の  
20 変形である、数 42 式の蒸発スペクトル式を推奨する。

【数 42】

$$f(v) \propto v \exp \left[ -\frac{v}{T(v')} \right]$$

ボルツマンモデルでは原資産の価格変動と前回の変動との間との相関を考慮で  
きる。ボルツマンモデルでは、終値の場合には、前日の日次収益率  $v'$  と当日の  
25 日次収益率  $v$  との間に、温度  $T$  を介在して明確な相場依存性が見られることを主  
張するものである。その典型例を図 25 に示す。図 25 において■マーク M55  
は株価の終値実績値から求めた温度を表わし、曲線 C9 はこれらを 2 次関数であ  
てはめたものである。この図 25 から、温度  $T$  が前日の日次収益率  $v'$  に関して



数 4 3 式に示す二次関数的傾向を示していることが分かる。

【数 4 3】

$$T(v') = T_0 (1 + c_0 v' + g_0 v'^2)$$

二次関数的な変化は、温度の増加とともに比熱が増えるという正のフィードバックがかかる系で、株式マーケットの不安定性を端的に表わしている。

ボラティリティスマイルを示した図 2 2 中の実績値 (■マーク M 5 1) と一致したカーブ C 5 は、ボルツマンモデルで数 3 6 式と数 3 7 式のオプション価格を評価し、その結果と等しくなる B S 式のボラティリティをプロットしたものである。また、ボルツマンモデルによる価格評価シミュレーションの過程でボルツマンモデルが評価した日次収益率 C 1 0 を図 2 6 に示す。この図 2 6 を見ると、オプション取引と同時期の日経平均株価指数の日次収益率 (図中の ■マーク M 5 6) をほぼ再現できていることが分かる。

図 2 6 に示す日次収益率は典型的な Fat-Tail を示している。ボルツマン分布が求めた日次収益率分布に従って乱数  $\xi$  を発生させ、次の数 4 4 式に従って、原資産価格 S の軌跡をシミュレートする。ただし、ジャンプモデルでは相場依存性を無視しているので、大きな価格変化は不連続変化となる点がボルツマンモデルと異なる。

【数 4 4】

$$\frac{dS}{S} = rdt + \xi$$

このジャンプモデルは、ボルツマンモデルと同じ結果を与えるように思えるが、結果はかなり異なる。図 2 7 では、ボルツマンモデルとジャンプモデルとのインプライドボラティリティを対比して示してある。図 2 7 の実線 C 1 1 と一点鎖線 C 1 2 はボルツマンモデルの結果で、それぞれ満期までの期間が 40 日と 80 日の場合である。破線 C 1 3 と点線 C 1 4 はジャンプモデルの結果で、それぞれ満期までの期間が 40 日と 80 日の場合である。

この図 2 7 の比較から、ジャンプモデル C 1 3、C 1 4 はボルツマンモデル C 1 1、C 1 2 よりもボラティリティが大きくなり、スマイルカーブの曲率も小さ

いことが分かる。実績値と比較しても、ジャンプモデルによるインプライドボラティリティは大きいことが分かる。ジャンプモデルでは、価格変動の大きさが全く無相関なために中心極限定理が早期に現れる。これは、ジャンプモデルのような不連続モデルでは、価格の拡散が早くなるためである。したがって、ジャンプ

5 モデルでボルツマンモデルと同じ結果を出すためには、図26に示す日次収益率C10よりも収益率の低い部分で大きな確率密度をとる分布を用い、価格の拡散を抑える工夫が必要となる。しかし、その結果、日次収益率分布は原資産のものとはかなり異なったものとなる。このように、ボルツマンモデルとジャンプモデルは根本的に異なっていることが分かる。

- 10     ボルツマンモデルはジャンプモデルと比較して特に複雑なわけでもない。たとえば、最もシンプルなマーティンの複合ジャンプモデルと比較する。マーティンのジャンプモデルは正規分布による乱数 $\xi$ とポアソン分布による乱数 $\eta$ を用い、正規分布の標準偏差 $\sigma$ 、ポアソン分布に関する平均的ジャンプの大きさ $k$ とジャンプの生じる単位時間当たりの確率 $\lambda$ を用いて、原資産価格 $S$ の従う確率微分方程式
- 15     を数45式で表している。

【数45】

$$\frac{dS}{S} = -\lambda k dt + \sigma \xi \sqrt{dt} + \eta$$

- マーティンの複合ジャンプモデルでは、確率密度関数が正規分布とポアソン分布の2つ、パラメータが3つである。ボルツマンモデルは確率密度関数がマクスウェル分布の1つ、パラメータが3つであり、確率密度関数の種類が少ない分だけ
- 20     ボルツマンモデルの方がシンプルである。

ここまでで、オプション価格評価の理論と実際を説明した。次に、かかるボルツマンモデルに基づきオプション価格評価するディーリングシステムについて説明する。

- 25     図28及び図29は、本実施の形態のディーリングシステム100の構成を示している。このシステム100は、外部のマーケットデータベース101と通信してマーケットデータを取込み、インプライドボラティリティを算出するインプライドボラティリティ演算部102と、図29の構成を備え、ボルツマンモデル

によりオプション価格評価を実施するボルツマンモデル計算エンジン（BMM）103と、このBMM103の出力するオプション価格をインプライドボラティリティ（IV）に変換するインプライドボラティリティ（IV）フィルタ104と、必要な情報を表示し、プリントアウトし、またデータ入力を行うためのグラフィカルユーザーインタフェース（GUI）としてのディーリング端末105から構成されている。

そしてボルツマンモデル計算エンジン（BMM）103は、図29に示す構成であり、価格・変動率・変動方向の初期値入力部3、評価条件入力部4、ボルツマンモデル解析部5、入出力装置としてのGUI105（図28におけるものと共通）、全断面積・確率過程入力部7、速度分布・方向分布入力部8、乱数発生部9を備え、必要なマーケットデータを取込むためにマーケットデータベース101と接続されている。

そしてボルツマンモデル解析部5はさらに、初期化部12、初期値設定部13、サンプリング部14、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーション部15、確率密度算出部16、一試行終了判定部17、全試行終了判定部18、確率密度編集部19、価格分布演算部20、そして価格換算部21を有している。

なお、本システムは物理的な意味で1つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本システム100としてクライアント・サーバシステムのように分散処理するシステムを採用することができる。また、各要素はその名称の示す処理を実行するプログラムそれぞれに対応しており、本システム中に物理的にこれらの要素が組み込まれているものではない。したがって、基本的には、通信機能を備えた1台のコンピュータにこれらの処理機能を実行するディーリングプログラムを組み込むことによって実現することができるものである。

初期値入力部3は、評価対象の株価又は株価指数の原資産に関する数43の $T_0$ ,  $c_0$ ,  $g_0$ をボルツマンモデル解析部5に入力する。このパラメータは実績データから得られる。好ましくは、初期値入力部3から評価対象の株価又は株価指数に関する情報をマーケットデータベース101から検索し、検索した該当株式又は株価指数の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得してボルツマンモデル解析部5に出力する。

評価条件入力部 4 は、ボルツマンモデル解析部 5 の評価条件を入力する要素である。ボルツマン解析部 5 の評価条件とは、ボルツマンモデル解析部 5 による試行回数、評価する時間帯、評価する価格帯などの解析のための条件である。この評価条件入力部 4 により、有意な解析を行うことができる評価条件をボルツマン

5 モデル解析部 5 に設定することができる。

ボルツマンモデル解析部 5 は、本発明の中心的な構成要素である。ボルツマンモデル解析部 5 の詳細は第 1 の実施の形態のシステムである図 1 の構成とおおむね同じであるが、新たに価格分布演算部 20 と価格換算部 21 が追加されているので、これらについて説明する。

10     ボルツマンモデル解析部 5 の価格分布演算部 20 は、確率密度編集部 19 の編集した原資産の価格変動の確率密度に基づき、その価格分布を演算する要素である。

ボルツマンモデル解析部 5 の価格換算部 21 は、価格分布演算部 20 の算出した価格分布に基づき、評価対象のオプション価格を算出して出力する要素である。

15     GUI としてのディーリング端末 105 は、本システムの処理の途中経過や最終処理結果を出力する要素であり、評価対象とするオプションの価格分布を出力する。なお、この端末 105 は、キーボード、マウスのようなポインティングデバイスによる入力機能を有し、またディスプレイに表示し、プリンタによりプリントアウトし、他のシステムへのネットワークを通じた伝送、記憶装置への書き出しを含め、広い意味での出力機能を有する。

マーケットデータベース 101 は、評価対象とするオプション商品に関連した情報を格納したデータベースである。なお、ここで「データベース」とは、データベース内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段、そしてそれらを記憶管理するハードウェアも含めたものである。

25     このマーケットデータベース 101 には、本システムに固有に設けたものであってもよいが、外部に既存のデータベースがある場合にはそれを利用してもよい。

以上のシステム構成のオプション価格評価システムによる株価指数オプション価格の評価方法について、以下に説明する。

図 30 は、A1 から A6 までの 6 つの手順を示している。株価指数オプション

価格評価では、通常は、多くの取引実績データを得ることができる。これらの実績データはマーケットデータベース101に蓄積されており、全断面積・確率過程入力部7がA1の処理ステップで、データベース101の実績データを用いてインプライドボラティリティを計算する。

- 5 次に、図30の左側のA2とA3の処理ステップは、従来手順である。A2の処理ステップでは、A1の処理ステップで求めたインプライドボラティリティから、経験と勘もしくは簡便な移動平均や回帰モデルに基づいて、ボラティリティマトリックスの全体的な傾向を決定し、A3の処理ステップでボラティリティマトリックスを確定する。従来は、A2の処理ステップで恣意的なジャッジメント  
10 が必要とされていた。

本実施の形態のディーリングシステム100では、A4の処理ステップにおいて、ボルツマンモデル解析部5によりこのインプライドボラティリティを取り込み、インプライドボラティリティと一致するようにボルツマンモデルの温度パラメータ（数43式の3つの係数 $T_0$ ,  $c_0$ ,  $g_0$ ）を決定する。

- 15 そして一致すれば、A5の処理ステップに進み、原資産の日次収益率との一致性を確認する。ここで、原資産の日次収益率が一致しなければ、A4の処理ステップに戻り、パラメータを見直す。一致すれば、A6の処理ステップで原資産の相場依存性との一致性を確認する。

- A6の処理ステップにおいて、原資産の相場依存性と一致すれば、A3の処理  
20 ステップにおいてボルツマンモデルの結果をもってボラティリティマトリックスと決定する。なお、実際には、明確な相場依存性を観測できることは希なので、A5からA6への流れ（図30における矢印付き破線）が最終決断となることが多い。もし、明快な相場依存性が得られるが、実際と一致しなければA4の処理ステップに戻り、パラメータを見直す。

- 25 実際のマーケットが、常にボルツマンモデルで良く説明できるとは限らない。A4の処理ステップでボラティリティマトリックスをうまく説明できるが、日次収益率と矛盾することもあり得る。その場合には、日次収益率との一致性確保をあきらめ、A3の処理ステップに移行する。またA4の処理ステップでインプライドボラティリティと一致しない場合には、ボルツマンモデルの限界を超えたマ

ーケットとなっているので、A2の処理ステップに戻り、従来と同じ手法をとり、ディーラー等のジャッジメントに委ねる。

- 次に、本ディーリングシステム100による個別株オプション価格評価の方法を説明する。ボルツマンモデルで評価した日次収益率が原資産の日次収益率と一致できることは、オプション取引の実績が無くても原資産の振る舞いからオプション価格を評価できることを意味する。したがって、現在、取引実績の少ない個別株オプション価格評価にとって最も有効な手法といえる。

- ボルツマンモデルでは、株価指数オプション価格評価と個別株オプション価格評価とで、手法は全く同じである。個々の銘柄毎に、数43式の3つの係数 $T_0$ ,  $c_0$ ,  $g_0$ を決めることで、オプション価格を評価できる。

- 実際、個別銘柄に関して数43式の傾向が見られるかどうかについて、図31に示す。図31は、東京証券取引所一部上場銘柄の一部について温度 $T$ を求めたものである。横軸は、業種毎、ここでは建設、食品、化学、鉄鋼、電機、金融、サービス毎に株価のヒストリカルボラティリティが小さい順番に並べたものである。図31中の実線C21, C22, ..., C27はヒストリカルボラティリティを温度 $T$ に換算したものである。図中、●マークは前日の日次収益率が5%以内の時の当日の収益率分布の温度を示し、×マークは前日の日次収益率が5%から10%の時の温度を示し、□マークは前日の日次収益率が10%から15%の時の温度を示す。

- 図31では、これら3種類の温度がヒストリカルボラティリティC21, C22, ..., C27におおむね比例していることを示している。また、前日の日次収益率が大きいと、温度 $T$ も大きくなることが分かる。さらに、●マークと□マークと×マークの分布を見ると、□マーク群と●マーク群との差よりも×マーク群と□マーク群との差の方が大きい。すなわち、前日の日次収益率が大きくなるにしたがって、温度のみならず、温度の上昇率も大きくなることが分かる。これは、数43式の二次関数的依存性を示唆するものである。

個別株オプション価格評価の例を図32と図33に示す。図32はコールオプション価格評価例である。横軸が行使価格と原資産価格との比、縦軸がコールオプション価格と原資産価格との比を示す。図33はプットオプション価格評価の

例で、縦軸はプットオプション価格と原資産価格との比である。図32と図33で、実線C31, C41と一点鎖線C32, C42はボルツマンモデルによる評価で、それぞれ満期までの期間が20日と40日のものである。破線C33, C43と点線C34, C44はBS式によるものである。

- 5      ここでは、ヒストリカルボラティリティが約70%の銘柄を想定していて、図31から、数46式の温度を用いた。

【数46】

$$T(v') = 0.007 (1 + 15v' + 300v'^2)$$

- 10      約70%のヒストリカルボラティリティは、株価指数のボラティリティの2倍程度であり、個別銘柄のヒストリカルボラティリティとしては若干大きめではあるが、現実的な値である。

図34と図35にコールオプションとプットオプションのインプライドボラティリティを示す。図27の株価指数のインプライドボラティリティと同様に、スマイルカーブと期間構造が反映されていることが分かる。

- 15      図36は、ディーリングシステム100により上記の個別株オプション価格評価を実施する場合の処理の流れを示したものである。図30と同様に、左側は従来手法の流れを示している。

- 20      個別株オプション取引では、通常は取引実績が少ない。取引実績が多いものは、株価指数オプションと同じであるので、ここでは、図36を用いて、取引実績がほとんどないものについて説明する。

従来は、B1の処理ステップで該当する銘柄のヒストリカルボラティリティをもとに、株価指数オプション価格評価の経験等からボラティリティのスマイルと期間構造を推定して、処理ステップB2のボラティリティマトリックス決定に到る。

- 25      しかし、本実施の形態のディーリングシステム100では、処理ステップB3で該当銘柄のボルツマンモデルの温度パラメータを決定する。そして処理ステップB4で該当銘柄の日次収益率との一致性を確認する。日次収益率が一致しなければ処理ステップB3に戻り、パラメータを見直す。一致すれば、処理ステップ

- B 5において相場依存性との一致性を確認する。もし一致すれば、従来手法の処理ステップB 2のボラティリティマトリックスの決定に到る。相場依存性が一致しなければ、処理ステップB 3に戻り、温度パラメータを見直し、上記の処理を繰り返す。この場合にも、実際には明確な相場依存性を観測することは希である
- 5    ので、処理ステップB 4からB 5への流れ（図中、矢印付き破線）が最終決断となることも多い。

- 次に、上記のディーリングシステム100による、ボルツマンモデルに基づくヒストリカル情報との整合性を保ったオプション価格評価手法について説明する。ボルツマンモデルでは、原資産のヒストリカルな情報と整合性をとりつつ、イン
- 10    プライドボラティリティのスマイルと期間構造を評価できることを述べた。この特性は、取引に際してオプション価格提示の根拠を明確にできる利点がある。実マーケットにおける価格設定は、必ずしも合理的な説明を必要とするものではない。特に、取引が完全に自己責任の範囲で実施されるものならばミスプライスによる大きな損失も当事者のみの問題である。しかし、業としての取引やオプション
- 15    価格付けのコンサルテーションでは、価格評価の影響は単に価格付けした当事者のみにとどまらない。したがって、長年の経験と勘のみでは済まされず、合理的な価格付けの根拠が求められる。

- マーケットは不確実性が大きいので、経験と勘に頼る恣意的なジャッジメントが完全になくなることはない。しかし、これらのジャッジメントが他の情報で裏
- 20    付けられれば、単なる恣意的なジャッジメントではなく、合理的な根拠に基づく行動となる。現在の金融工学の基本が原資産価格の挙動から派生商品の価格が決定されるという立場にある以上、ボルツマンモデルが原資産のヒストリカル情報との整合性を保てることは、価格評価の合理性を主張する大きな根拠となり得る。

- 前述のジャンプモデルやボラティリティマトリックスのように原資産のヒスト
- 25    リカル情報から逸脱することを前提にした場合に、逸脱する根拠を明快に説明するのは困難である。もちろんモデルも完全ではないので、場合によっては原資産のヒストリカル情報から逸脱した価格評価も必要とされる。しかし、ボルツマンモデルのように原資産のヒストリカル情報との整合性が原則的に保たれているモデルでは、逸脱も小さく、また逸脱しなければならない機会も比較的少ない。した



がって、逸脱する場合には関係者と協議する時間も確保でき、特定のディーラーやコンサルタントの判断ミスが巨額損失につながる可能性も小さくなる。

さて、上述したディーリングシステム 100 を用いてオプション価格評価を実行する際には、リスクヘッジのために数 47 式から数 51 式に示すリスクパラメ

5 ータの評価も必要とされる。

【数 47】

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$$

【数 48】

$$\Gamma = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$$

10 【数 49】

$$P = \frac{\partial C}{\partial r}$$

【数 50】

$$\Theta = \frac{\partial C}{\partial \tau}$$

【数 51】

15  $V = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$

ここで、Cはオプション価格、Sは原資産価格、rは非危険利子率、 $\tau$ は満期までの期間、 $\sigma$ はボラティリティである。これらのリスクパラメータに比例して原資産の売買を行うと、原資産の価格変動を原則的には打ち消すことができることが知られている。

20 これらのリスクパラメータはオプション価格の微分量であることが分かる。ボルツマンモデルでは、解法としてモンテカルロ法を前提としているが、モンテカルロ法の欠点として、微分量の評価に計算時間を要することがあげられる。たとえば、コールオプション価格Cの $\Theta$ をモンテカルロ法で厳密に求める手順を説明する。満期までの期間 $\tau$ の微小変化量 $\delta \tau$ を設定し、数 52 式を計算すると、 $\Theta$

を評価することができる。

【数 5 2】

$$\Theta = \frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\text{Call}(K, \tau + \delta\tau) - \text{Call}(K, \tau)}{\delta\tau}$$

ここで、数 5 2 式の分子は、数 3 6 式から、次の数 5 3 式となる。

5 【数 5 3】

$$\begin{aligned} &\text{Call}(K, \tau + \delta\tau) - \text{Call}(K, \tau) = \\ &e^{-r\tau} \left( e^{-r\delta\tau} \int dS(S - K)P(S, \tau + \delta\tau) - \int dS(S - K)P(S, \tau) \right) \end{aligned}$$

この数 5 3 式の右辺の積分をモンテカルロ法で求めているが、入力変数である  $\tau$  の変化は小さい。したがって、数 5 3 式の右辺第 1 項の積分と第 2 項の積分との差も小さくなる。

- 10 モンテカルロ法は、計算結果が統計誤差の範囲内ではらつくので、差が小さいときには、総計誤差を小さくするために計算量を増やす必要がある。通常、統計誤差は計算量の 2 乗に反比例する。そのため、変化量が小さい場合には、膨大な計算時間を費やさなければ有意差を検出することができない。

- この問題は、金融モンテカルロ法のみならずモンテカルロ法全般に伴う問題で、  
15 未だ根本的な解決策は見出されていない。中性子輸送モンテカルロ法で用いられる摂動モンテカルロ法などの微小変動量のみをシミュレートする手法もあるが、若干の近似が必要とされ、モンテカルロ法の特長である厳密性を損なっている可能性もある。

- 現状では、モンテカルロ法で微小変動量の厳密なシミュレーションができない  
20 以上、解の厳密性にこだわりすぎるのは現実的ではない。オプション価格がインプライドボラティリティで説明できる状況下では、ボルツマンモデルと B S モデルの乖離が小さい。リスクパラメータのような一次から二次の微分量は、一般にモデル依存性が弱いので、ボルツマンモデルで評価したオプション価格から逆算したインプライドボラティリティを、B S 式に基づいたリスクパラメータ評価式  
25 に代入することで実用的に十分な精度でリスクパラメータを評価できる。

具体的には、下の数 5 4 式から数 5 8 式に示す B S 式に基づいたリスクパラメ

ータ評価式のボラティリティ  $\sigma$  をボルツマンモデルのオプション価格に一致するインプライドボラティリティに置き換えることで、ボルツマンモデルのリスクパラメータにできる。

【数 5 4】

$$5 \quad \Delta = \begin{cases} N(d_1) ; \text{Call} \\ N(d_1) - 1 ; \text{Put} \end{cases}$$

【数 5 5】

$$\Theta = \begin{cases} -\frac{S \text{Erf}(d_1) \sigma}{2\sqrt{\tau}} - rK e^{-r\tau} N(d_2) ; \text{Call} \\ -\frac{S \text{Erf}(d_1) \sigma}{2\sqrt{\tau}} + rK e^{-r\tau} N(-d_2) ; \text{Put} \end{cases}$$

【数 5 6】

$$\Gamma = \begin{cases} \frac{\text{Erf}(d_1)}{S \sigma \sqrt{\tau}} ; \text{Call} \\ \frac{\text{Erf}(d_1)}{S \sigma \sqrt{\tau}} ; \text{Put} \end{cases}$$

10 【数 5 7】

$$V = \begin{cases} S\sqrt{\tau} \text{Erf}(d_1) ; \text{Call} \\ S\sqrt{\tau} \text{Erf}(d_1) ; \text{Put} \end{cases}$$

【数 5 8】

$$P = \begin{cases} K\tau e^{-r\tau} N(d_2) ; \text{Call} \\ -K\tau e^{-r\tau} N(-d_2) ; \text{Put} \end{cases}$$

ただし、 $\text{Erf}(x)$  は、次のように定義される式である。

15 【数 5 9】

$$\text{Erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$

次に、本ディーリングシステム 100 を用いて、ボルツマンモデルで評価した確率密度関数をテーブル化し、オプション価格をモンテカルロ法の再計算ではなく、ベクトルの積和計算でオプション価格計算を行う手法について説明する。

20 インプライドボラティリティは、ボルツマンモデルで評価したオプション価格

とブラック・ショールズ（BS）式によるオプション価格とが一致するように逆算した、ブラック・ショールズ式のボラティリティである。ボルツマンモデルではオプション価格は、既出の数36式と数37式で表わされ、これらの数36式、数37式の数値積分をモンテカルロ法で求める。

- 5 確率密度関数  $P(S, \tau)$  が  $S$  に関して極端に大きな変化をしないとき、すなわち通常の価格分布が適用できる場合は、確率密度関数を  $S$  に関してテーブル化し、次の数60式、数61式の級数で近似することにより、モンテカルロ法で厳密に評価した結果ときわめて近い値を求めることができる。

【数60】

$$10 \quad \text{Call}(K) \approx e^{-r\tau} \sum_{S_i=K}^{S_i \rightarrow \infty} \Delta S_i P(S_i, \tau) (S_i - K)$$

【数61】

$$\text{Put}(K) \approx e^{-r\tau} \sum_{S_i=0}^{S_i=K} \Delta S_i P(S_i, \tau) (K - S_i)$$

ここで、確率密度関数  $P(S_i, \tau)$  は、モンテカルロ法で次の数62式とし、この数62式を評価することによって求めることができる。

- 15 【数62】

$$P(S_i, \tau) = \frac{\int_{S_i - \frac{1}{2\Delta S_i}}^{S_i + \frac{1}{2\Delta S_i}} ds P(S, \tau)}{\Delta S_i}$$

ここで、 $\Delta S_i$  を実用上十分小さく取り、数62式の確率密度関数をテーブルとして記憶すると、数60式、数61式は単なるベクトルの積和演算であるので、高速に計算することができる。

- 20 次に、本発明のディーリングシステム100による具体的な処理機能について説明する。図37は、ディーリング端末105において、株価指数のザラ場歩みを表示するサブ画面である。図38は、同じくディーリング端末105において、株価指数を原資産とする株価指数オプションの行使価格別、限月別のインプライドボラティリティ及び市況価格をテーブル形式で表示するサブ画面である。

- 25 図39(a)、(b)は、同じくディーリング端末105において、図38のテ

ーブル形式の情報をグラフ形式で図示するサブ画面である。そして同図（a）の縦軸をインプライドボラティリティとするグラフは、いわゆるスマイルカーブであり、同図（b）のグラフは、各限月ごとのオプション価格－行使価格のグラフである。

- 5      このディーリングシステム100は、より詳しくは図40のフローチャートに示す処理を実行する。平常の市況時は、マーケットデータ101を取り込み（ステップS05）、図37に示したサブ画面にて、粗い計算結果を用いて表示速度向上を図っている（ステップS10、S15）。

- 一方、図37のサブ画面に表示されているグラフのa部分のように、原資産に  
10      大きな変動が生じている時には、ユーザーは図39、図41（a）のサブ画面にて、詳細評価を実施したいエリア110（ここでは、K4-K5のエリア）を対角線方向にマウス（あるいはそれに類するポインティングデバイス）でドラッグすることで画面拡大指定して（ステップS20、S25）、必要な追加入力データ、具体的に図42（a）、（b）に示すようにK451、K452、K453に  
15      相当する仮想行使価格aをBMM103に自動的に渡して補間計算を実行させる（ステップS30；S30-1、S30-2）。

- その計算結果を、具体的にはaに相当するインプライドボラティリティとオプション行使価格bをBMM103から受取り（ステップS30-3）、ディーリング端末105の図38、図41（a）のサブ画面及び図39、図41（a）の  
20      サブ画面のスケールをリフレッシュし（ステップS35-1）、詳細評価の結果を繋いで図示する（ステップS35-2；ステップS35）。図示されたグラフを図41（b）に示す。

次に理論計算サーバーであるBMM103にて実施される計算処理について、具体的に図43を用いて説明する。

- 25      前述したように、インプライドボラティリティ（IV）は、ボルツマンモデルで評価したオプション価格とブラック・ショールズ式（BS式）によるオプション価格が一致するように逆算した、ブラック・ショールズ式のボラティリティである。ボルツマンモデルではオプション価格は、前述の数36式、数37式で表わされ、これらの数値積分をモンテカルロ法で求める。これらの数36式、数3

7式において、確率密度関数 $P(S, \tau)$ が $S$ に関して、極端に大きな変化をしないとき、すなわち通常の価格分布が適用できるときは、確率密度関数 $P(S, \tau)$ を $S$ に関してテーブル化し、前述の数60式、数61式の級数で近似することで、モンテカルロ法で厳密に評価した結果と極めて近い値を求めることができる。

ここで確率密度関数 $P(S_i, \tau)$ は、モンテカルロ法で、前述の数62式とし、この数62式を評価することで求めることができる。そして、 $\Delta S_i$ を実用上十分小さくとり、数62式の確率密度関数をテーブルとして記憶すると、数60式、数61式は単なるベクトルの積和演算であるので、高速に計算することができる。

数60式の級数を図43に模式的に示してある。図43の滑らかな曲線C61は、真の確率密度 $P(S, \tau)$ である。そしてヒストグラムC62がテーブル化した確率密度 $P(S_i, \tau)$ である。 $S=K$ を始点とした傾き1の直線C63と $P(S, \tau)$ との積をモンテカルロ法で数値積分したものが、数36式の厳密な評価結果である。図40におけるステップS20でユーザーが指定することによって詳細を評価するときは、こちらの処理が適用される（ステップS20でYES側に分岐）。一方、直線C63とヒストグラムC62との積を積分したものが数60式で表された近似であり、平常の市況時は、こちらの処理が適用される（ステップS20でNOに分岐）。

このようにして、詳細な評価を実行した場合、より厳密な結果を得ることができる。図41(b)のグラフにおいて、符号Cが、通常の粗い計算結果C64と詳細評価による結果C65との乖離を示している。

本処理によれば、通常は、粗い計算結果を用いて表示の速度向上を図り、ユーザー指定時には画面拡大して詳細評価結果を表示して、市況の変化が大きいときにその状況が迅速に察知できるようになる。

次に、図28に示したディーリングシステム100により任意の多期間のボラティリティを求めて表示することにより、マーケットに存在しないボラティリティの期間構造を評価し、仕組み債又はエキゾチックオプションの開発に供する方法について説明する。図44のフローチャートはその手順を示している。この図

44のフローチャートでは、図40のフローチャートと共通する処理ステップには同一の符号を付してある。

通常は、粗い計算結果を用いて、図37～図39に示すようにディーリング端末105のサブ画面で市況が伝えられている。ここでユーザーが、任意の多期間  
5のボラティリティを評価したい場合に、図45の期間設定画面200にて、評価したいオプションの期間を設定するために、「開始年月日」201、「満期年月日」202、「評価間隔」203を入力し、あるいは必要な選択操作をする。

なお、これらはマーケットで設定されているものである必要はない。例えば、  
図46のインプライドボラティリティ及び市況価格を表示する画面で、符号aで  
10示す1限月、2限月のオプションは取り引きされているが、符号bで示すm限月のオプションはマーケットでは取引されていないとする。

ここでユーザーが割込み操作をして（図44におけるステップS20'）、図  
45の期間設定画面200で、「満期年月日」202にこのm月最終日を入力し、  
「評価間隔」203として **monthly** を選択し、実行ボタンを押す（ステップS2  
155'）。するとこの追加入力情報aがBMM103に自動的に渡される（ステップS30'；S30-1'，S30-2'）。

そしてBMM103は上述したボルツマンモデルに基づく演算を実行し、その  
計算結果、具体的には、m限月のインプライドボラティリティ及びオプション価  
格bを受取り（ステップS30-3'）、ディーリング端末105の図38のサ  
20ブ画面及び図39のサブ画面にスケールをリフレッシュし、結果を繋いで表示する（ステップS35-1，S35-2；S35）。

このようにして図示されたグラフを図47に例示している。この図47では、  
曲線C71，C72がマーケットに存在しているオプションのボラティリティを示し、  
曲線C73がマーケットで存在していないオプションのボラティリティを示している。  
25

このようにして、任意の多期間のボラティリティを求め表示することにより、  
マーケットに存在しないボラティリティの期間構造を評価することができ、それ  
によって仕組み債又はエキゾチックオプションの開発効率向上を図ることができ  
る。

次に、本実施の形態のディーリングシステム100により実行されるATM（アト・ザ・マニー）におけるIV（インプライドボラティリティ）の期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示する方法について、図48及び図49のフローチャート～図52の説明図を用いて説明する。

- 5 図48のフローチャートは、図40のフローチャートに対して、フェーディング機能を付加した場合の処理手順を示している。この図48において、図40と共通する処理ステップには同一の符号を付して示してある。そして異なる処理はステップS150の画面表示の処理である。

- 図48のフローチャートにおいて、通常は、粗い計算結果を用いて図37～図39のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられている（ステップS10）。  
10 ここで、例えば図37のサブ画面にて原資産に大きな変動が生じているとき（図37における符号aの部分）、ユーザーは図39のサブ画面にて、図41（a）に示したように詳細評価を実施したいエリア110をマウスで画面拡大指定する（ステップS20でYESに分岐）。

- 15 この操作により、通常時の市況の表示に加えて、ユーザー割込みが発生すると必要な入力データが、BMMエンジン103に自動的に渡され、計算結果として図50に示したデータが返される。ここで図50のKRは、マーケットで設定されている行使価格帯幅（離散値）の狭間に仮想したリアルタイムのATMで、リアルタイム原資産価格に等しいと仮想したATMである。

- 20 ATM近傍ではリスク指標及びオプション価格が最も大きく変化するため、ディーラーやトレーダーにとって、この近傍の市況変化と期間構造の察知は極めて重要である。

- したがって、市況により、図37のサブ画面にて原資産価格が、マーケットで設定されている離散の行使価格帯幅の狭間を動いても、図50のKRで示すよう  
25 にATMを仮想することにより、そのインプライドボラティリティの期間構造を柔軟に評価することができる。

しかしながら、この操作により、図39（b）に示すグラフとして表示する情報が増えてくる（この場合、例えば6限月までで6本のグラフとなる）。そのため、それらをユーザーにとって的確に迅速に、直感的にもわかり易く表示する必



要がある。

そこで、本処理では、インプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションを、図 4 9 のフローチャートに基づく処理により、図 5 2 に示すようなフェーディング表示を行う。図 5 2 (a) では a 1 限月のみ実線表示 (ステップ S 1 5 0 - 4)、次にウエイトレベル値 w の経過時間後、次の同図 (b) に示すように、a 1 限月を破線で表示し、a 2 限月を実線表示する (ステップ S 1 5 0 - 5, S 1 5 0 - 6)。以下同じく図 5 2 (d) に示すように a e 限月まで繰り返して表示する (ステップ S 1 5 0 - 7, S 1 5 0 - 8, ..., S 1 5 0 - e, S 1 5 0 - (e + 1))。

ここでウエイトレベル値 w は、図 4 9 の詳細処理フローチャートに示すように随時キーボードから「+」、「-」キーの打鍵入力により、割込み処理が起動され、図 5 2 の表示処理に直ちに反映される (ステップ S 1 5 0 - 1 ~ S 1 5 0 - 3)。なお、この割込み処理の受け付け方法はこの打鍵入力によらず、マウスなどポインティングデバイスを使っても可能である。

図 5 0 で示した BMM エンジン 1 0 3 から受取った計算結果は、図 5 1 に示すようにグラフ表示される。図 5 1 中、KR とは仮想 A T M を、△マークは BMM エンジン 1 0 3 の出力データ、×マークは市況データを表したものである。

本処理によれば、A T M における I V の期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示することで、相場変動への過敏な対応によるミスプライシングを防ぐことができる。

同様に、図 5 3 のフローチャートは、図 4 4 のフローチャートに対して、フェーディング機能を付加した場合の処理手順を示している。この図 5 3 において、図 4 4 と共通する処理ステップには同一の符号を付して示してある。そして異なる処理はステップ S 1 5 0 ' の画面表示の処理である。

図 5 3 のフローチャートにおいて、通常は、粗い計算結果を用いて図 3 7 ~ 図 3 9 のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられている (ステップ S 1 0)。ここで、ユーザーが同時に任意の多期間のボラティリティを評価したいと思えば、図 4 5 の期間設定画面 2 0 0 において、評価したいオプションの期間を設定するために、「開始年月日」 2 0 1、「満期年月日」 2 0 2 を入力し、また「評価間

隔」203を選択操作する（ステップS20'）。

このようなユーザーの割込み処理が発生すれば、必要な入力データがBMMエンジン103に自動的に渡され、計算結果として図46のようなデータが返される（ステップS25'，S30'）。そしてこの計算結果をグラフ表示すること

5 によって、図47のようなグラフが表示される（ステップS35）。

ここで、画面表示にフェーディング表示が指定されると、上記と同様に図49のフローチャートに示す処理によって多期間ボラティリティを表示する。

本処理によれば、任意の多期間のインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示することで、相場変動への過敏な対応によるミスプライシングを防ぐことができる。

次に、図28に示したディーリングシステム100によりディーラーがポジションを設定してタイムリーに自動発注する処理機能を、図54のフローチャート～図56の説明図を用いて説明する。なお、図54のフローチャートにおいて、図40のフローチャートと共通する処理ステップには同一のステップ番号を付している。

本処理機能では、通常は、粗い計算結果を用いて図37～図39のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられており（ステップS05～S15）、ユーザーは高度モデルの適正水準をビジュアルに参照している。

ここでユーザーが売買注文を発注したい場合は、ステップS40にて割込み要求をかけ、図55に示したエリアL、M、Nを順次、マウスでドラッグ指定する（ステップS40，S45）。最初にエリアLを指定すると、図56の取引条件入力画面210が起動し、指定されたポジションの属性、例えば行使価格、コール／プットの別、インプライドボラティリティあるいは指し値が自動的に該当欄に挿入されている。この画面からさらに、売り／買いの別と、枚数を入力し、

20 「注文実行」ボタンを操作すれば、図54の注文データ130にここで指定した注文が格納される（ステップS50）。残りのエリアM、Nについても同様である。

注文実行後、市況の変化は、ターゲットエリアにマーケットが回帰したかどうか、t秒間隔でリアルタイムにチェックされる（ステップS60，S10，S1

5, S 20, S 40)。

ターゲットエリアにマーケットが回帰した時は、ステップS 60でYESに分岐し、ただちにマーケットに自動発注がなされ(ステップS 65, S 70)、約定時(ステップS 76)は、当該ターゲットエリア、例えばエリアNのポジションが約定された場合は、図55のエリアNを画面から解除する(ステップS 75)。

このような処理方法により、高度モデルの適正水準をビジュアルにディーラーが参照し、ポジションを設定して、タイムリーに自動発注することができる。

10 なお、このようなディーラーがポジションを設定してタイムリーに自動発注する処理機能においても、ディーラー端末105にATMのインプライドボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示させるようにすることができる。図57～図61はそのようなフェーディング表示処理のフローチャートを示し、図62はディーラー端末105の表示態様を示している。図57～図61のフローチャートにおいて、他図のフローチャートの処理ステップと共通する処理ステップには同一の符号を付してある。

通常は、粗い計算結果を用いて図37～図39のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられている(ステップS 05, S 10)。

20 ここで、ATM近傍ではリスク指標及びオプション価格が最も大きく変化するため、ディーラーやトレーダーにとって、この近傍の市況変化と期間構造の察知は極めて重要である。そこで市況により、図37のサブ画面にて原資産価格が、マーケットで設定されている離散の行使価格帯幅の狭間を動いても、図62のKRで示すようにATMを仮想することにより、そのインプライドボラティリティの期間構造を、フェーディング表示によって分かり易く表示することができる(ステップS 150-1～S 150-(e+1))。

25 この情報をもとにユーザーは、図62においてエリアLをマウスでポジション指定することにより(ステップS 40, S 45, S 50)、ステップS 60でターゲットエリアにマーケットが回帰したかどうかをt秒間隔で自動チェックされ、ターゲットエリアにマーケットが回帰した時にはただちにマーケットに自動発注がなされる(ステップS 65, S 70)。

このようにして本実施の形態のディーリングシステム100において、高度モデルの適正水準をビジュアルにディーラーが参照し、ポジションを設定してタイムリーに自動発注する処理を実行させる場合に、ATMにおけるインプライドボラティリティ（IV）の期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示することで、相場変動への過敏な対応によるミスプライシングを防ぎ、ディーラーが適切なポジションを設定できる。

次に、本実施の形態のディーリングシステム100による、自動警戒機能を図63のフローチャート及び図64の説明図に基づいて説明する。なお、図63のフローチャートにおいて、図57～図61のフローチャートと共通する処理ステップについては同一の符号を付して示してある。

図63のフローチャートにおいて、通常は、粗い計算結果を用いて図37から図39のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられており（ステップS05, S10, S150）、ユーザーは高度モデルの適正水準をビジュアルに参照している。

ここでユーザーが図64において、本システムによるボルツマンモデルエンジン103の出力が曲線C101であり、マーケットの回帰が曲線C102に予測され、マーケットのインプライドボラティリティが曲線C103となっている状態で、ポジションaにおいて売買注文を発注したい場合は、ステップS80でそのポジションをマウスでエリア指定し注文する。

ここでユーザーが注文したポジション（図64のグラフにおけるポジションa）に対して、市況の変化に伴い自動的に警告を発するための設定を行う。具体的にはステップS80で割込み要求をかけ、警戒したマーケットの範囲、例えば図64では警戒エリアbをマウスで指定する（ステップS85）。この指定された情報は、警戒エリアデータ131に格納される。

複数のポジションそれぞれに対して警戒範囲を設定する場合は、同様にこの割込み要求を複数回かける。

また、図64で警戒エリアbに示したように、注文しているポジションaは、行使価格K2のオプションであるが、警戒エリアbは行使価格K3のエリアにもまたがっている。このように取組んでいるポジションの行使価格以外の行使価格、

すなわち別のオプション銘柄の指標も柔軟に警戒条件として取り込むことができる。

警戒範囲設定後、ステップS 9 0にて警戒エリアbにマーケットが入ったかどうか、警戒エリアデータ1 3 1とマーケットデータ1 0 1とがt秒間隔でリアル  
5 タイムにチェックされる。そしてマーケットの予測が外れ、現実のマーケットが曲線C 1 0 4のようになり、警戒エリアbにマーケットが入ればただちに注文を発しているポジションaをフリッカ表示（d）させてユーザーに告知する（ステップS 9 5）。

この処理機能により、ディーラーが警戒範囲を設定することで、マーケットが  
10 警戒範囲に入れば警告を発することにより、リスク管理者の適切なリスクマネジメントを可能にする。

なお、上記の処理機能に対して、図6 5の処理機能を図6 3のフローチャートにおけるD部分に付加することができる。すなわち、既存の注文ポジションの予測が外れ、現実のマーケットが曲線C 1 0 4に示したように警戒エリアbに入  
15 た場合、警告出力だけでなく、図6 6に示したように、新たに代替ポジションエリアeを推奨表示する機能を付加するのである。

これを実現するためには、通常は、図6 3のフローチャートにおいて、粗い計算結果を用いて図3 7～図3 9のディーリング端末サブ画面で市況が伝えられており、図6 6に示すようにユーザーは注文を出しているポジションaに対して、  
20 警戒エリアbを設定している。

ここで市況が変化し、現実のマーケット指標C 1 0 4が警戒エリアbに入ったとする。そのような場合、ただちにポジションaをフリッカ表示し、ユーザーにこの状態を告知する。そして続いて、図6 5のフローチャートにおけるステップS 8 6で、図6 6に既存のポジションaに対する代替ポジションエリアeを、注  
25 文データ1 3 1とマーケットデータ1 0 1をもとに算出する。これは、当初想定していたマーケットの動き（図6 6における曲線C 1 0 2）が、予想に反して曲線C 1 0 4で示される状態に推移した分を補う、反対のポジションに相当する。

つづいて、この算出された代替ポジションエリアeは、ただちにステップS 8 8の画面表示処理にてディーリング端末1 0 5に図6 6に示したように図示され

る。

ユーザーはこの図示された代替ポジションエリア e の中から、適切と思うポジション f にて再度注文を仕掛けることができる。

- 5   このような代替ポジション提案機能を付加すれば、現実のマーケットからの予測外れに対して警告を発するディーリングシステム 100 において、代替ポジションを自動抽出して、相場変動への過敏な対応による巨額損失の発生を防止することができる。

- 10   このようにして本発明のディーリングシステムによれば、原資産の大きな価格変動に適応し、取引が活発でない類も含むオプションマーケットにおいて、従来の金融工学の一般的な理論をもとにした限界のある手法に代わって、原子炉理論を金融分野に応用したボルツマンモデル計算エンジンを備え、ディーラーやトレーダーにとって有意な理論価格及びリスク指標を、コンピュータシステムのインターラクティブな画面インタフェースを通じて、柔軟に提供することができるのである。

- 15   なおまた、上記実施の形態では、株価指数オプションに関して説明したが、本発明は株価指数オプションに限らず、原資産が幾何ブラウン運動の挙動を呈するあらゆるオプション商品、例えば個別株オプション、通貨オプションなどにおいても同様に適用できる。

## 請 求 の 範 囲

1. 金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を評価する金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムにおいて、

- 5 評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、

少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、

前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条

- 10 件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、

評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向  
15 の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、

ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、

前記ボルツマンモデル解析手段の解析結果を出力する出力手段とを有することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

- 20 2. 請求項1において、前記初期値入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得して前記ボルツマンモデル解析手段に入力し、前記速度分布・方向分布入力手段は、前記マーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する  
25 実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向、時間を変数とする確率密度関数を生成して前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

3. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段に対して価格変

動シミュレーション中のサンプリングの時間幅を設定するための情報を入力する全断面積・確率過程入力手段を有し、前記全断面積・確率過程入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、

- 5 価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

4. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布をシグモイド関数とその近似形を用いて推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。
- 10

5. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。
- 15

6. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。
- 20
- 25

7. 請求項6において、前記速度分布・方向分布入力手段は、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定するときに、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関を加味して価格変動方向の確率分布を推定することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システ



ム。

8. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したマーケットデータベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布と価格変動方向の分布の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

9. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布あるいは方向分布の確率分布に関し、価格に依存しない均質確率分布、あるいは、価格に依存する非均質確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

10. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマン方程式における断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形ボルツマンモデル、あるいは、前記断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存する非線形ボルツマンモデルを用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

11. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の確率密度関数と単位時間あたりの価格変動率との積をボルツマン方程式におけるフラックスとして用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

12. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品のフラックスを用いて求めた飛跡推定量から任意の時間における確率密度を評価することにより、分散を低減することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

13. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、中性子輸

送モンテカルロシミュレーションにおける点検出器を適用し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、金融商品あるいはその派生商品の任意の微小な価格帯あるいは時間帯における価格あるいはリスク値の確率を評価することにより、分散を低減することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

14. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の価格変動の随伴ボルツマン方程式における随伴確率密度あるいは随伴フラックスを求め、前記随伴確率密度あるいは随伴フラックスに比例したサンプリングの重み付けを行うことにより、分散を低減することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

15. 請求項1において、前記速度分布・方向分布入力手段は、複数の金融商品あるいはその派生商品における任意の金融商品あるいはその派生商品の速度分布あるいは方向分布を推定するときに、金融商品あるいはその派生商品間の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

16. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、所定の金融商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価した後に、伊藤の定理を適用してその金融商品の派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

17. 請求項1において、前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手段を複数有し、試行した各価格変動シミュレーションを集約して確率密度を評価することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

18. コンピュータを制御して、  
25 評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、  
少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、  
前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条

件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、

- 5 評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、

ボルツマンモデル解析手段による解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、

- 10 前記ボルツマンモデル解析手段の解析結果を出力する出力手段として処理を行わせるプログラムを記録した記録媒体。

19. マーケットデータに基づいてインプライドボラティリティを演算するインプライドボラティリティ演算部と、

- 15 前記マーケットデータに対して、ボルツマンモデルに基づき所定オプション商品のオプション価格を演算するボルツマンモデル計算エンジンと、

前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換するフィルタと、

- 20 前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換した結果と、前記マーケットデータから演算したインプライドボラティリティとを、又は前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格と、マーケットのオプション価格とを、対比表示するディーリング端末とを備えて成るディーリングシステム。

20. 請求項19において、前記所定オプション商品が株価指数オプションであることを特徴とするディーリングシステム。

- 25 2.1. 請求項19において、前記所定オプション商品が個別株オプションであることを特徴とするディーリングシステム。

2.2. 請求項19において、前記ボルツマンモデル計算エンジンは、ヒストリカル情報との整合性を保ったオプション価格を算出する機能を備えたことを特徴とするディーリングシステム。

23. 請求項19において、前記ボルツマンモデル計算エンジンは、行使価格に関して離散的に求めたボルツマンモデルによるオプション価格を、ブラック・ショールズ式のボラティリティに変換し、ブラック・ショールズ式で内挿することによってオプション価格とリスクパラメータとを求める機能を備えたことを特徴とするディーリングシステム。

24. 請求項19において、前記ボルツマンモデル計算エンジンは、ボルツマンモデルで評価した確率密度関数をテーブル化し、オプション価格をベクトルの積和計算で求める機能を備えたことを特徴とするディーリングシステム。

25. グラフィカルユーザーインターフェースとしてのディーリング端末と、平常の市況時における、市場で設定されている行使価格と限月別（以降、「粗い」と表現する）の理論価格・指標計算と、ユーザー指定時におけるボルツマンモデルに基づいた、市場で設定されていない行使価格と限月も含む（以降、「詳細」と表現する）理論価格・指標計算との切替えが可能な理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、マーケットデータ取込みインターフェースとを備え、通常は粗い計算結果を用いて市況を前記ディーリング端末に表示させ、ユーザー指定時には該当する価格帯の範囲の詳細なる理論計算・指標計算を行い、詳細評価結果を前記ディーリング端末に表示させることを特徴とするディーリングシステム。

26. グラフィカルユーザーインターフェースとしてのディーリング端末と、市場で設定されている行使価格と限月別の粗い理論価格・指標計算エンジンと、任意の多期間のボルツマンモデルに基づいたオプション理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、マーケットデータ取込みインターフェースとを備え、通常時は粗い計算結果を用いて市況を前記ディーリング端末に表示させ、ユーザー指定時には該当する任意の多期間のボラティリティを求めて前記ディーリング端末に表示させることを特徴とするディーリングシステム。

27. グラフィカルユーザーインターフェースとしてのディーリング端末と、市場で設定されている行使価格と限月別の粗い理論価格・指標計算エンジンと、ボルツマンモデルに基づいた、市場で設定されていない行使価格と限月も含む詳細なる理論価格・指標計算エンジンと、補間理論計算処理部と、ポジション

設定処理部と、自動発注処理部と、マーケットデータ取込みインタフェースとを備え、株価指数オプション価格又は個別株オプション価格があらかじめ設定した自動発注価格帯に到達したときに自動発注信号を出力することを特徴とするディーリングシステム。

- 5            28. 請求項26又は27において、フェーディング処理部を備え、ボルツマンモデルによるATM（アット・ザ・マニー）におけるオプション価格を変換したボラティリティの期間構造の挙動アニメーションをフェーディング表示すること特徴とするディーリングシステム。

- 10           29. 請求項26又は27において、警戒範囲を設定する警戒範囲設定処理部を備え、市況が警戒範囲に入ったときに警告を出力することを特徴とするディーリングシステム。

30. 請求項28において、警戒範囲を設定する警戒範囲設定処理部を備え、市況が警戒範囲に入ったときに警告を出力することを特徴とするディーリングシステム。

- 15           31. 請求項19において、代替ポジション抽出処理部を備え、前記警告を出力すると共に、代替ポジションを抽出して表示することを特徴とするディーリングシステム。

32. 入力されるマーケットデータに対してインプライドボラティリティを演算し、

- 20           前記入力されるマーケットデータに対して、ボルツマンモデルに基づいて所定オプション商品のオプション価格を演算し、

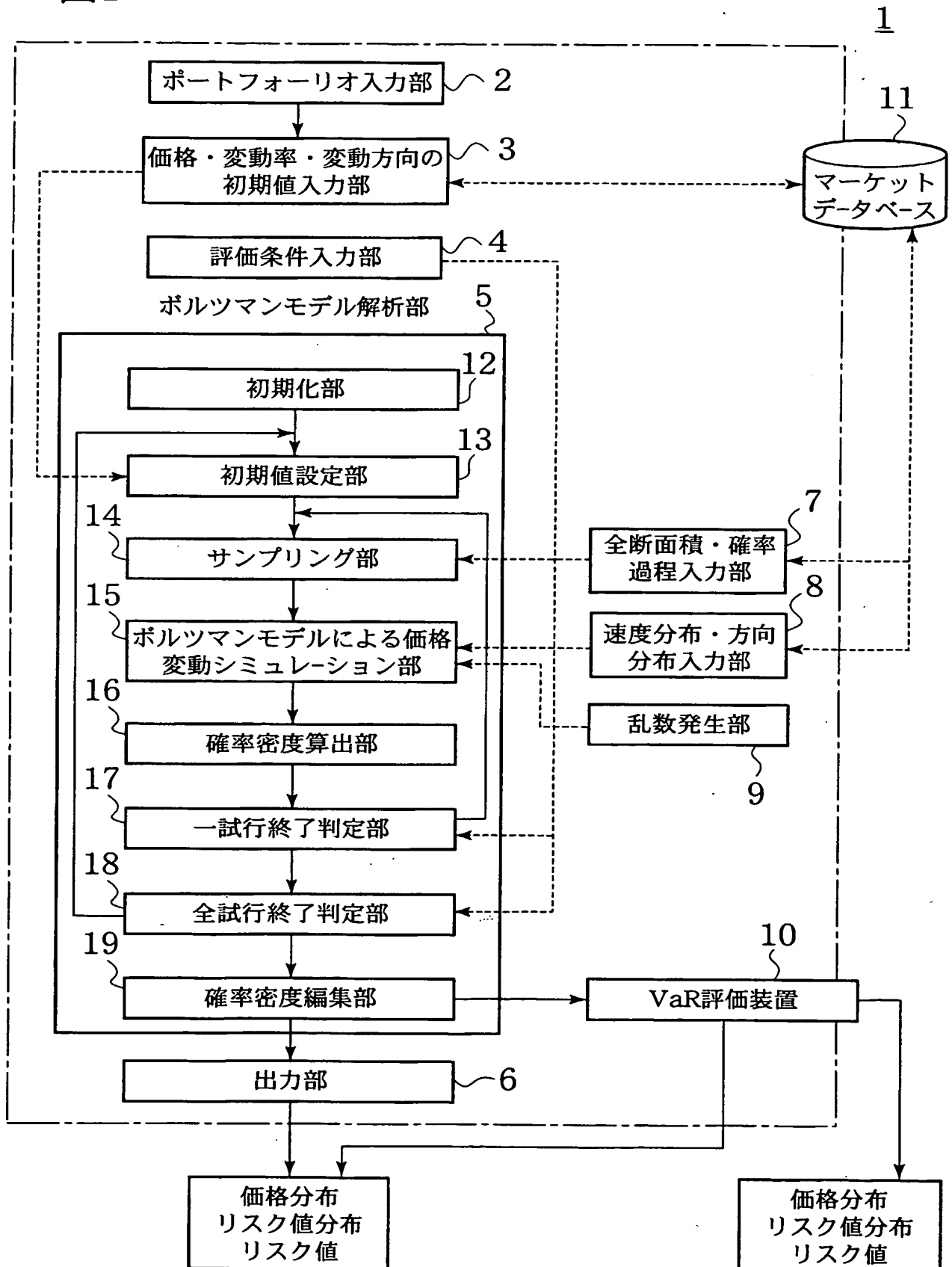
前記ボルツマンモデルに基づき演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換し、

- 25           前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格をブラック・ショールズ式のボラティリティに変換した結果と、前記マーケットデータから演算したインプライドボラティリティとを、又は前記ボルツマンモデル計算エンジンが演算したオプション価格と、マーケットのオプション価格とを対比表示させるディーリングプログラムを記録したコンピュータで読み取り可能な記録媒体。

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

1/64

図1

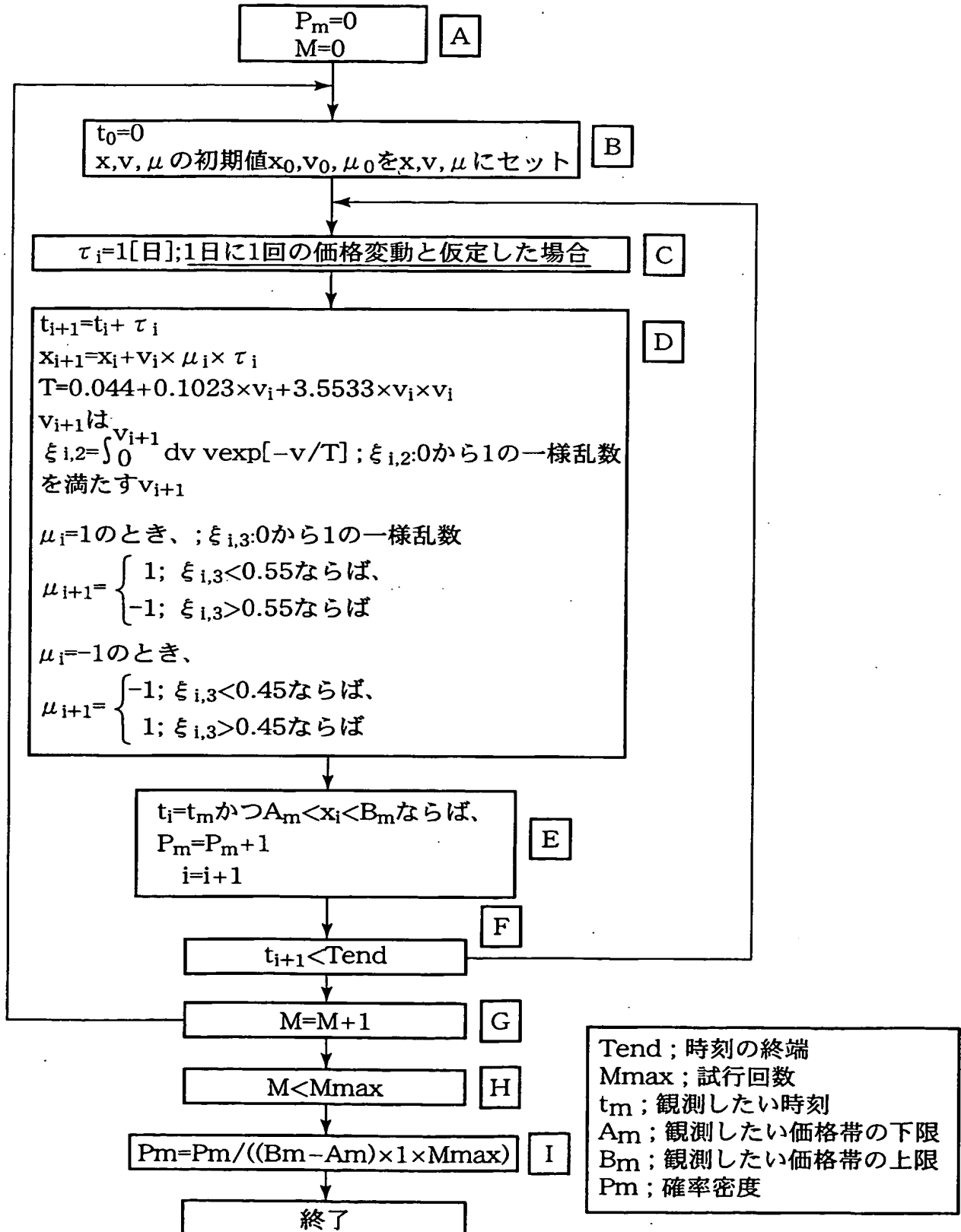


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



2/64

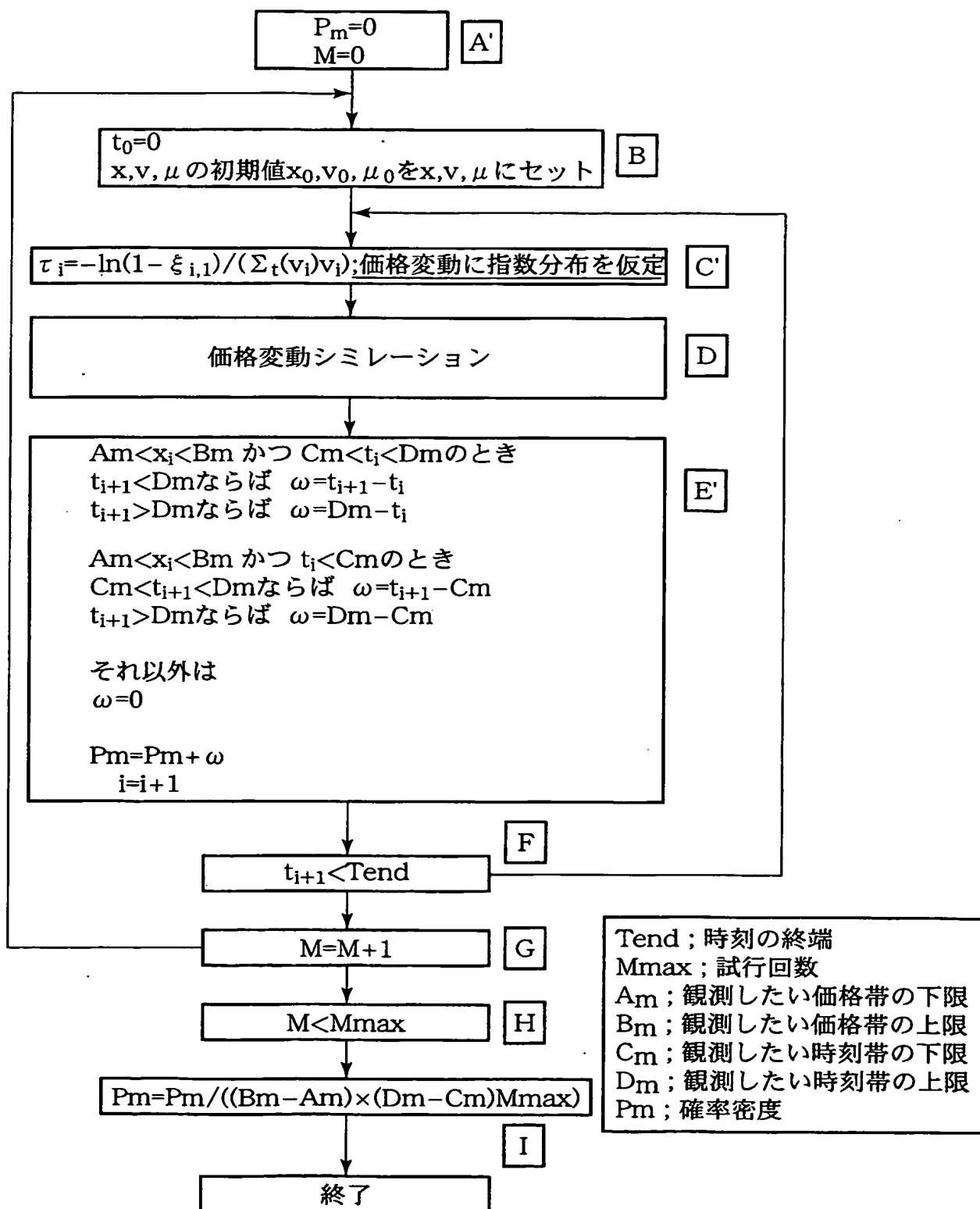
図2



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

3/64

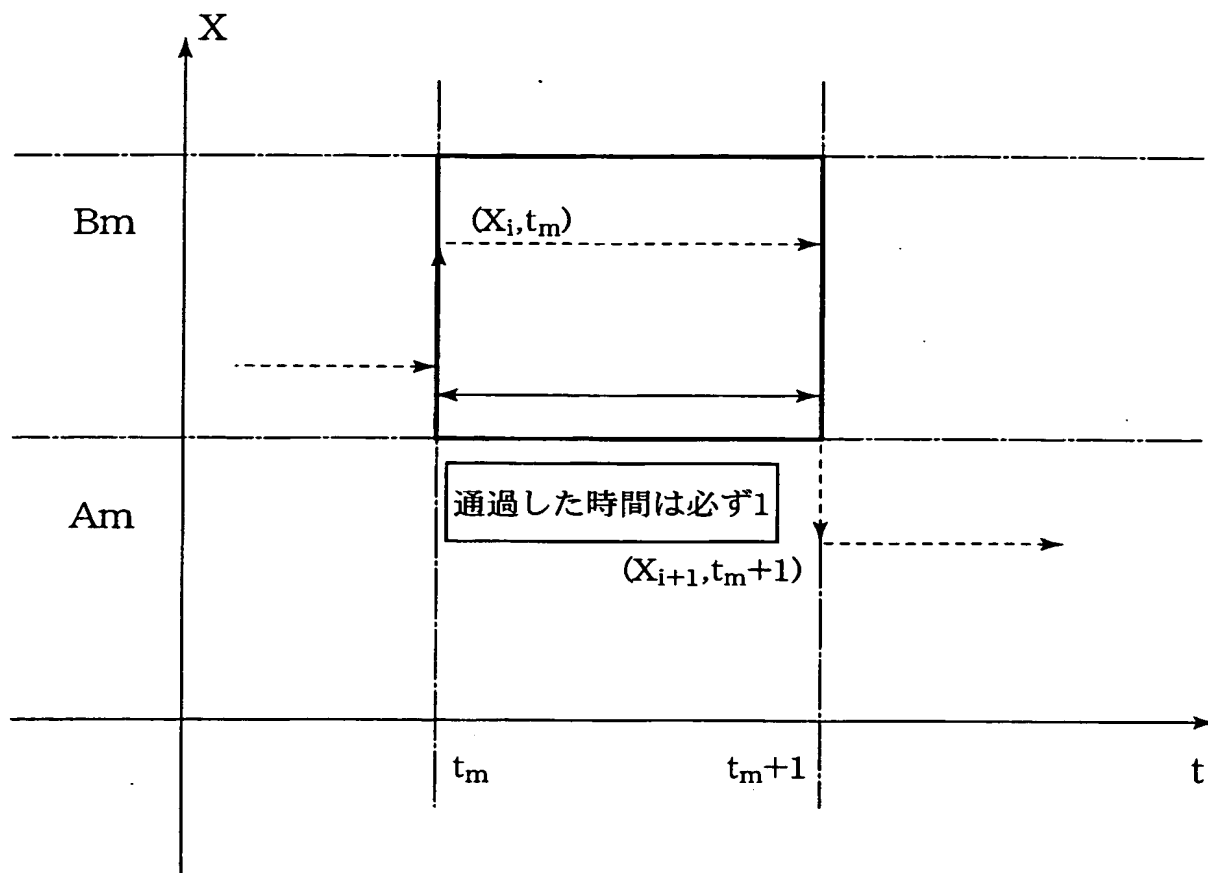
図3



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

4/64

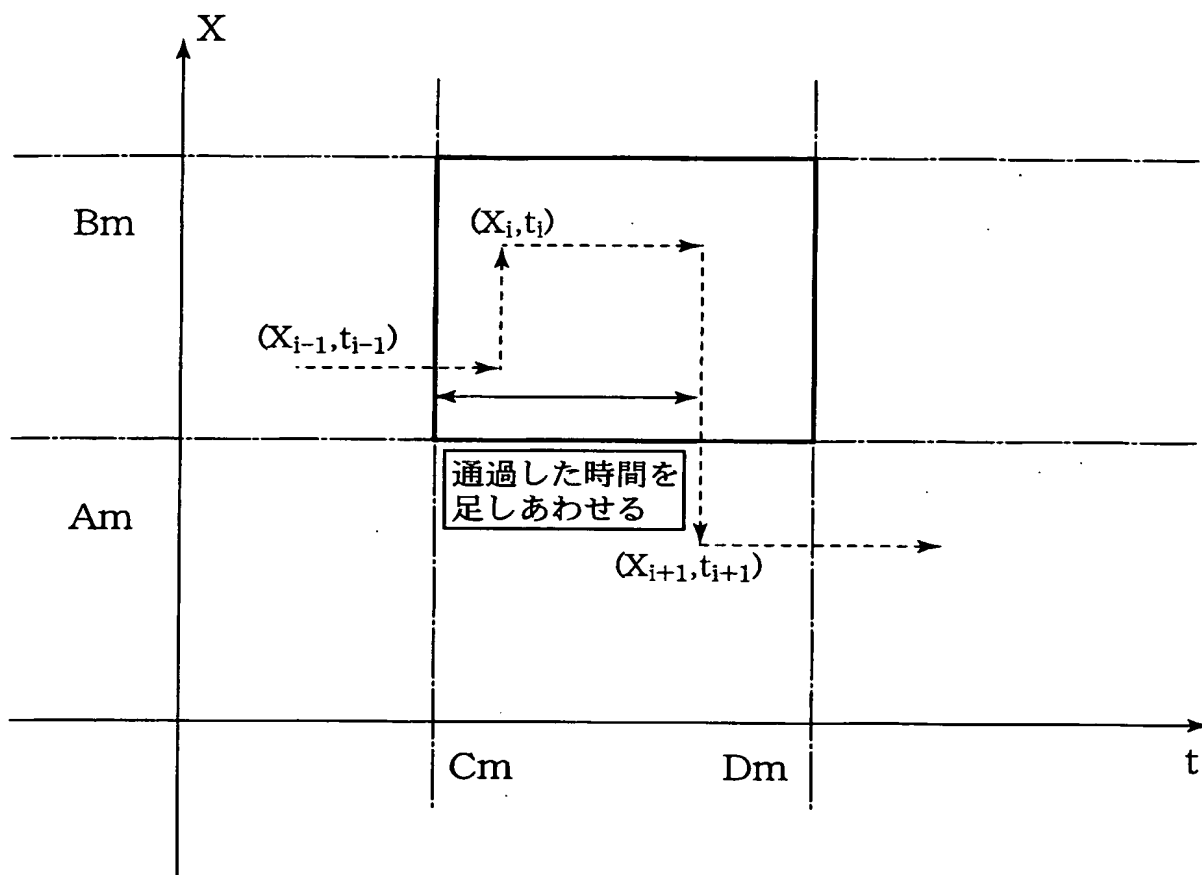
図4



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

5/64

図5

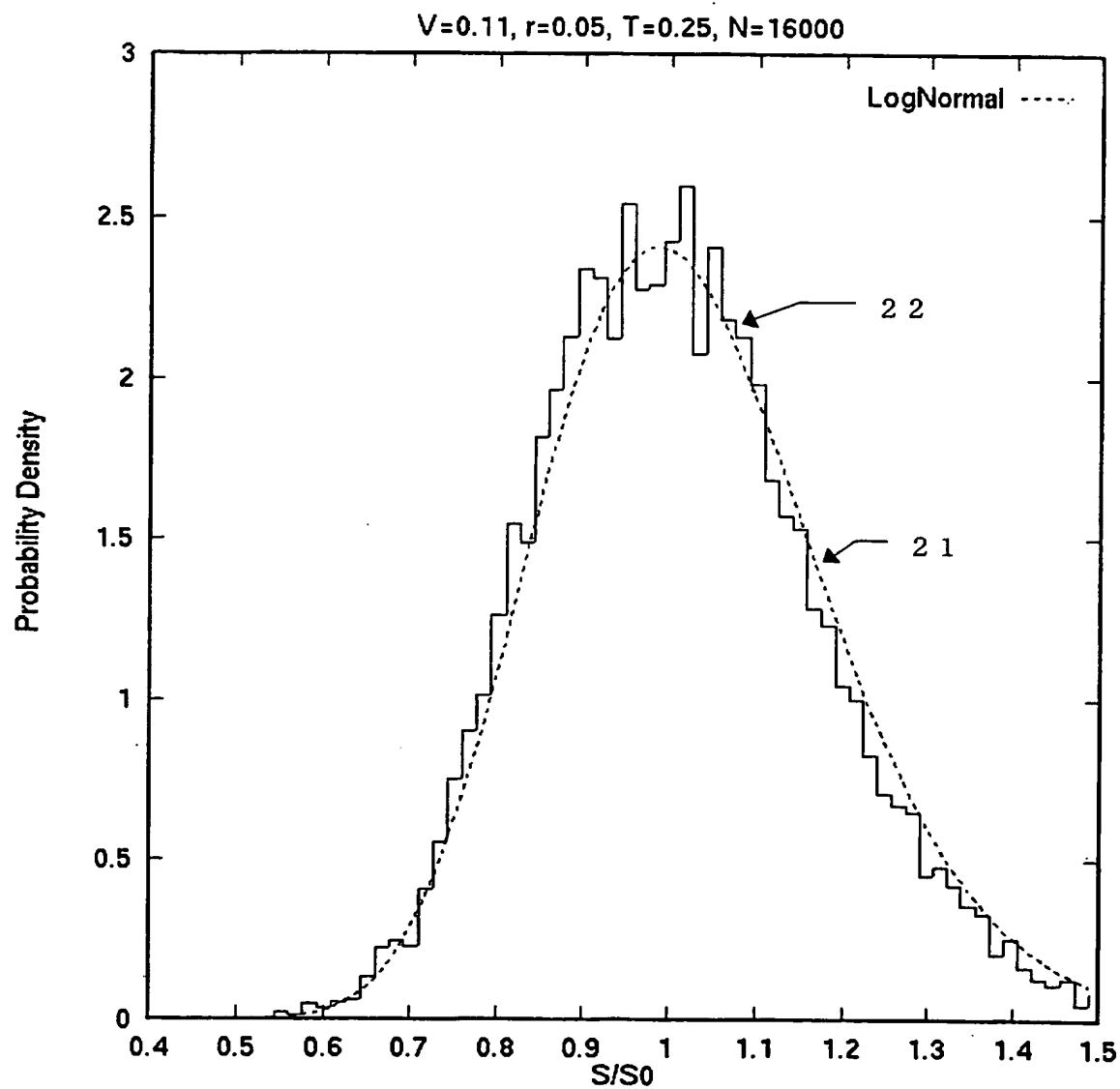


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



6/64

図6

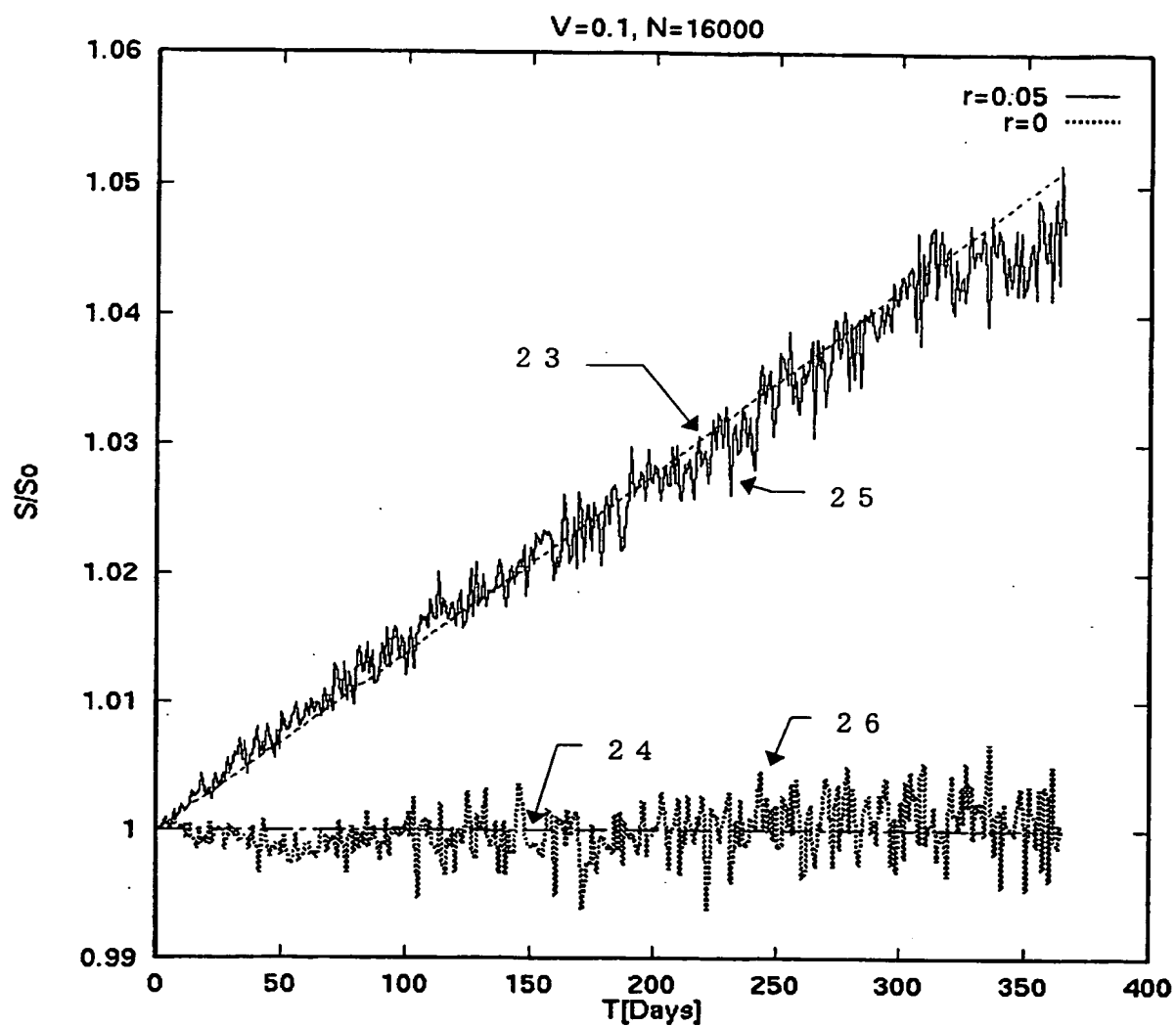


2 1 理論値 (対数正規分布)  
2 2 本結果

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

7/64

図7

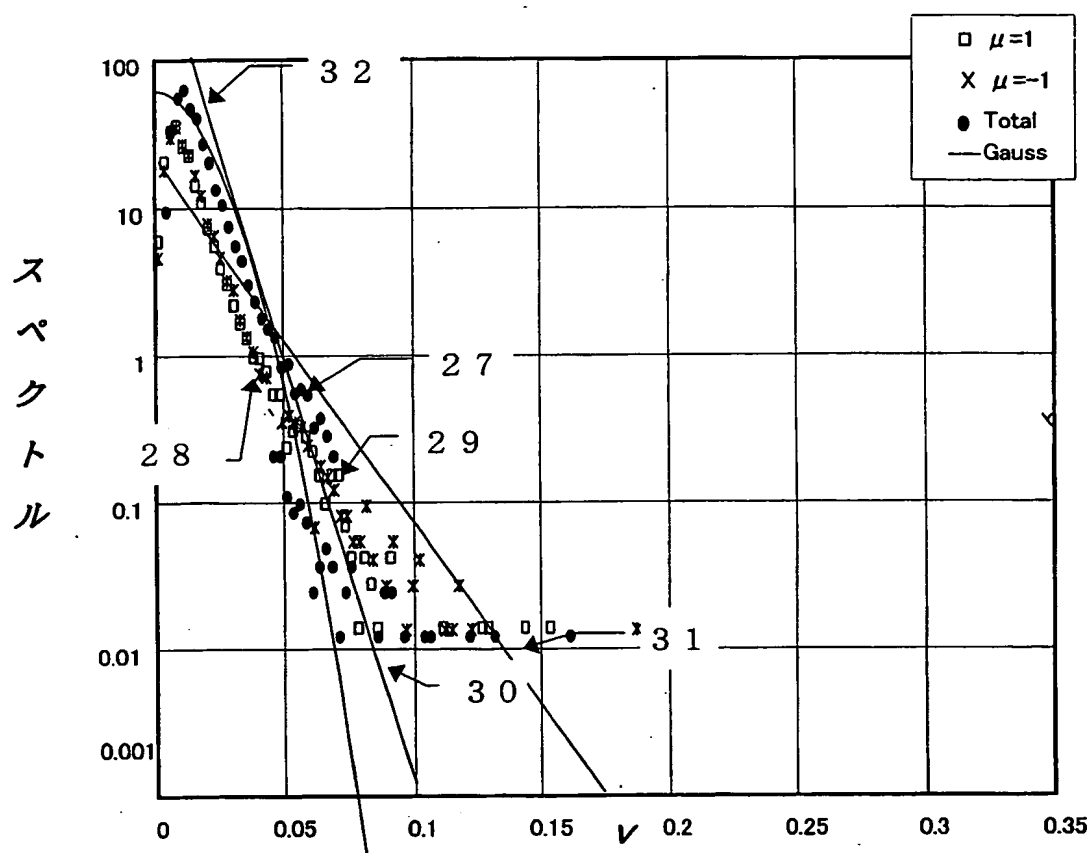


- |    |                |
|----|----------------|
| 23 | ドリフトがある場合の理論値  |
| 24 | ドリフトがない場合の理論値  |
| 25 | ドリフトがある場合の模擬結果 |
| 26 | ドリフトがない場合の模擬結果 |

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

8/64

図8

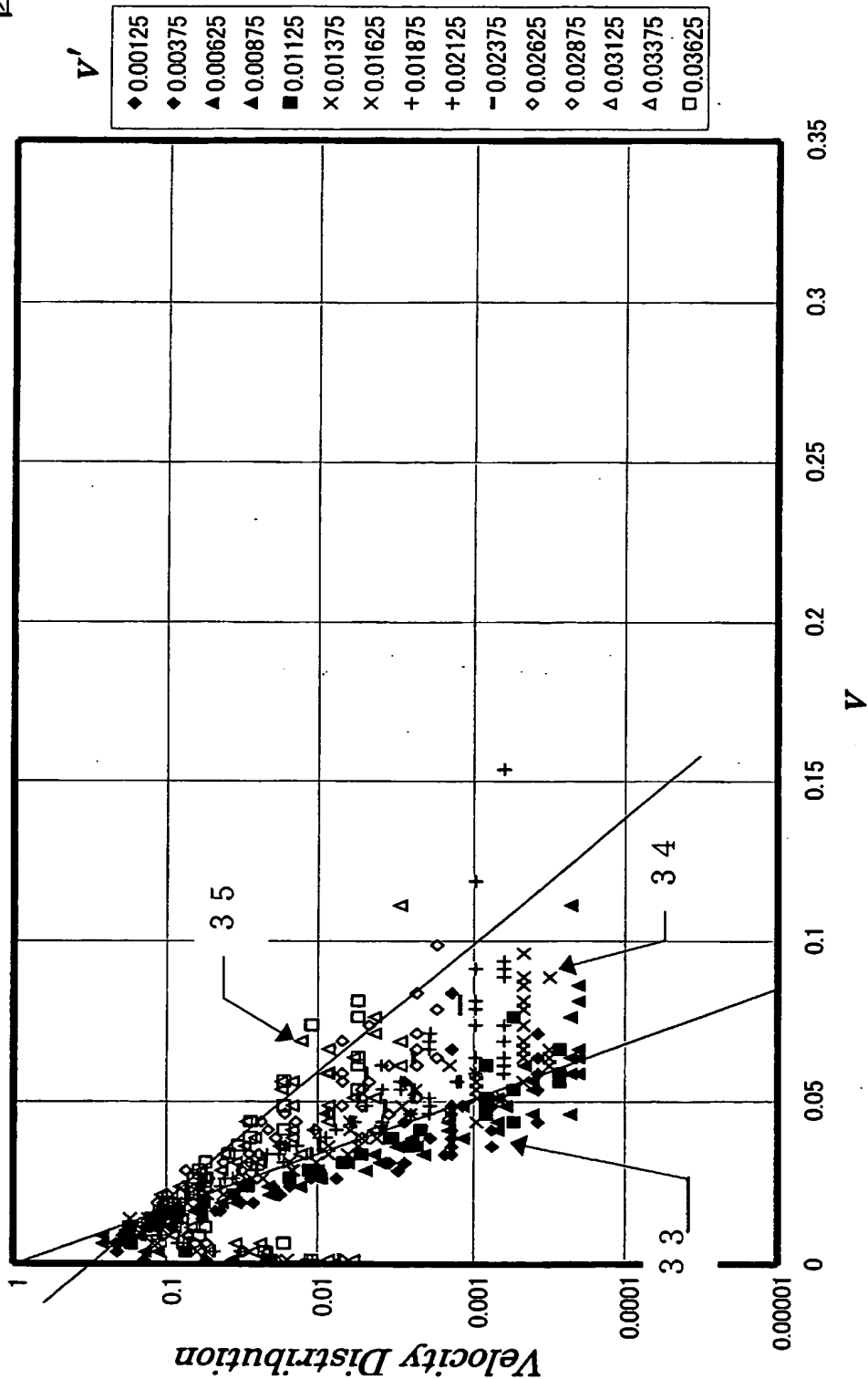


- 27 全スペクトル
- 28 負方向(価格の減少)のスペクトル
- 29 正方向(価格の増加)のスペクトル
- 30 急傾斜の成分
- 31 緩傾斜の成分
- 32 ガウス分布

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

9/64

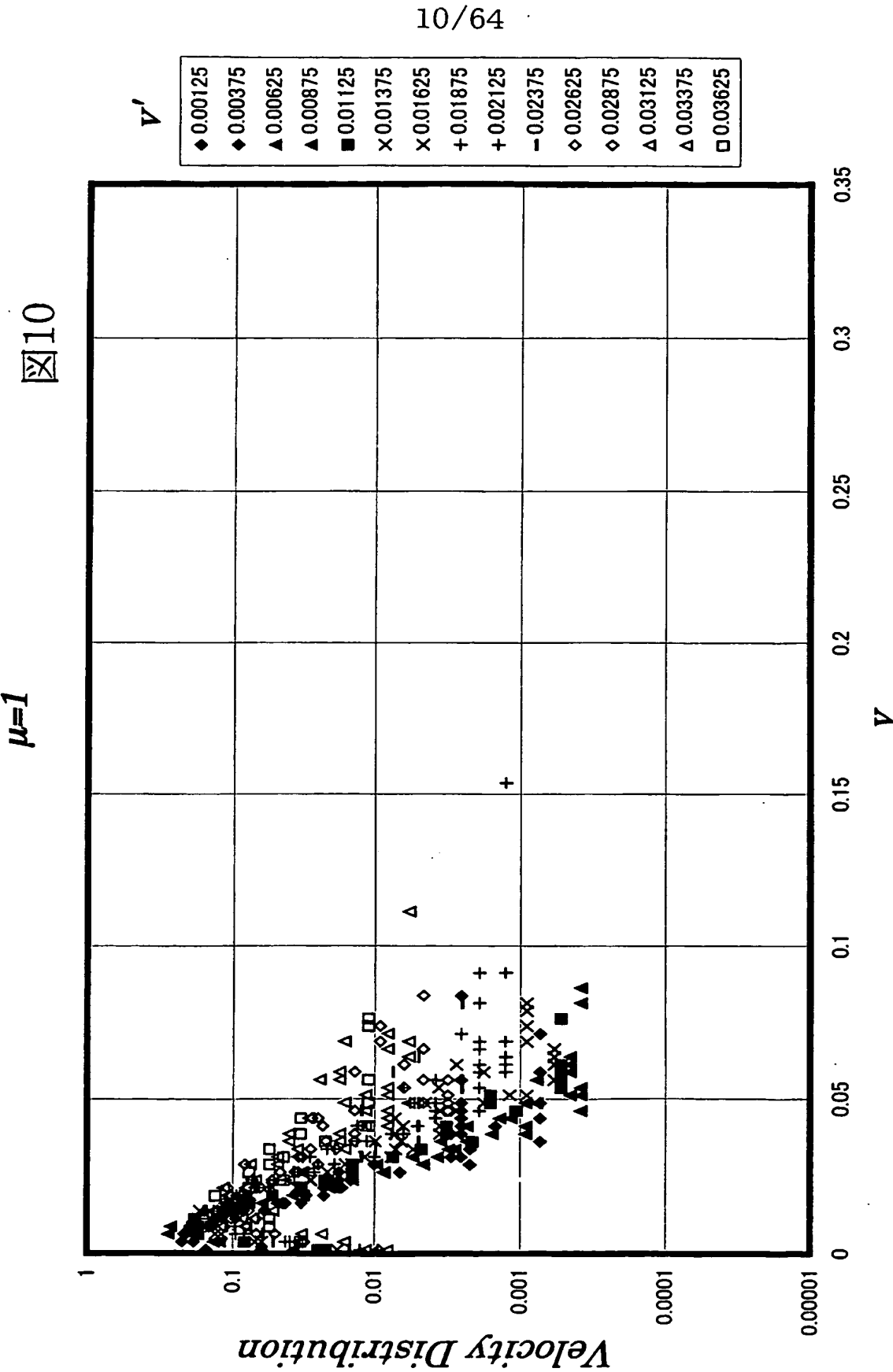
9



3 3 入射速度約 1%時の速度分布、  
3 4 入射速度約 2%時の速度分布  
3 5 入射速度約 3%時の速度分布

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

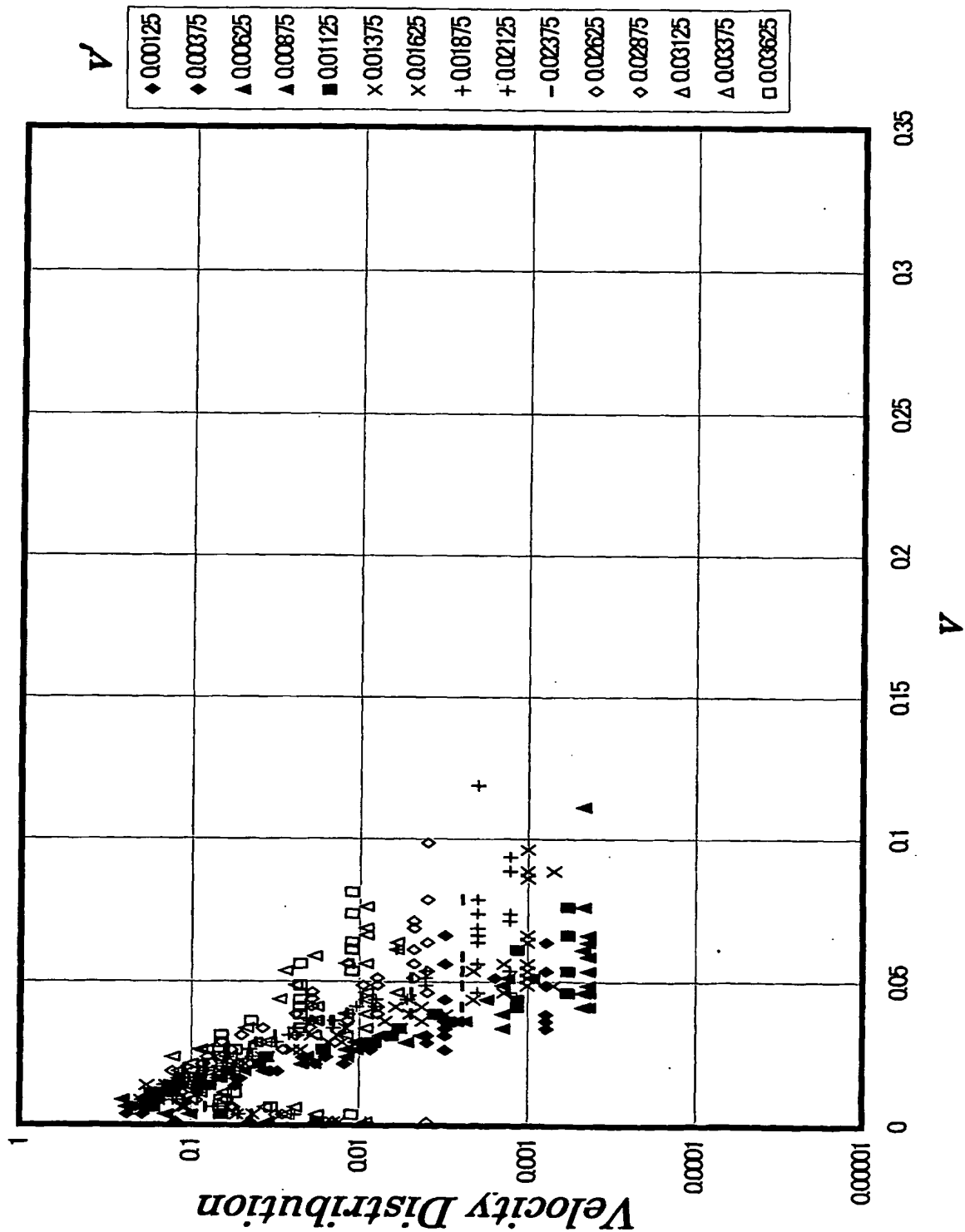




**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

11/64

11-11

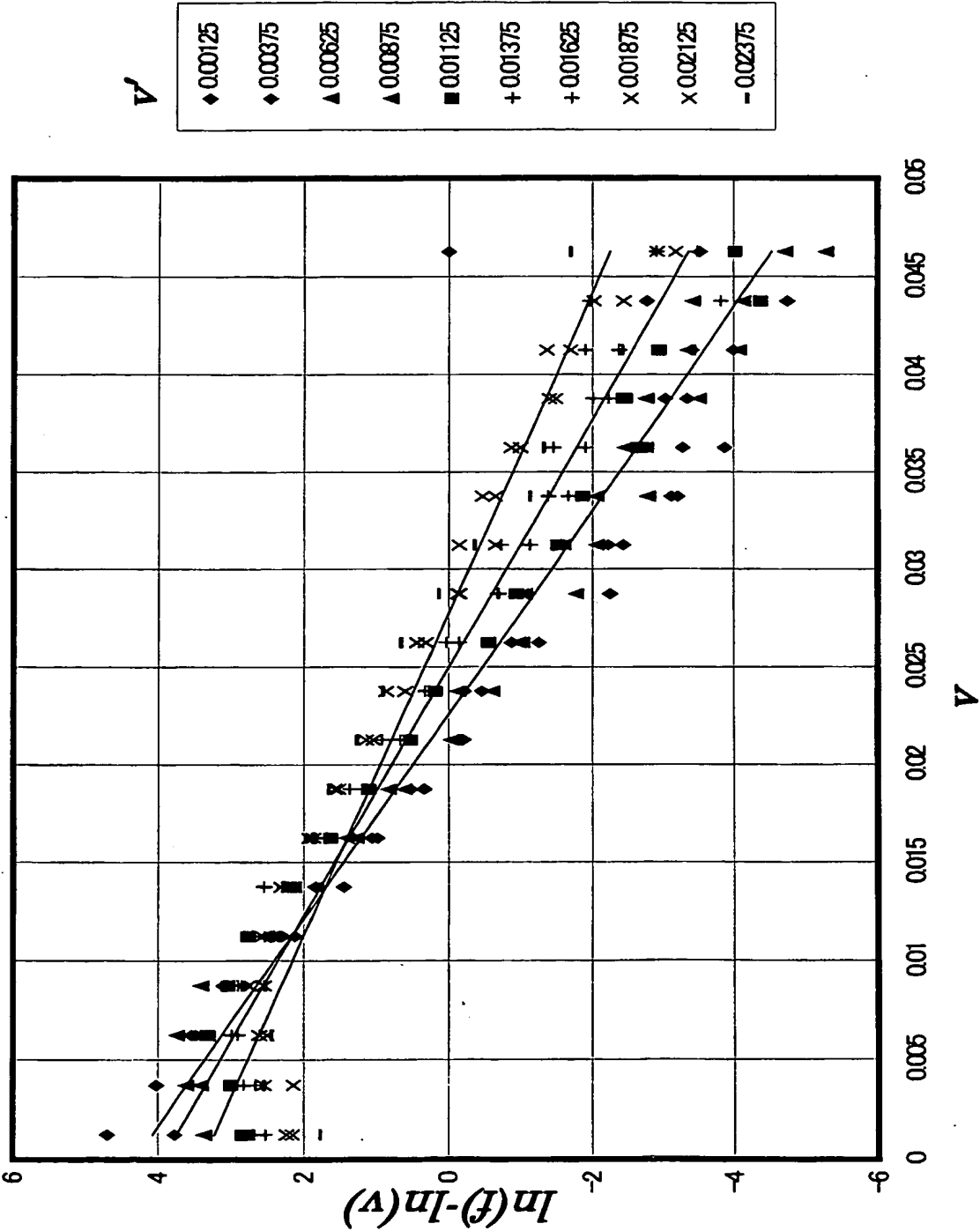


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

12/64

図12

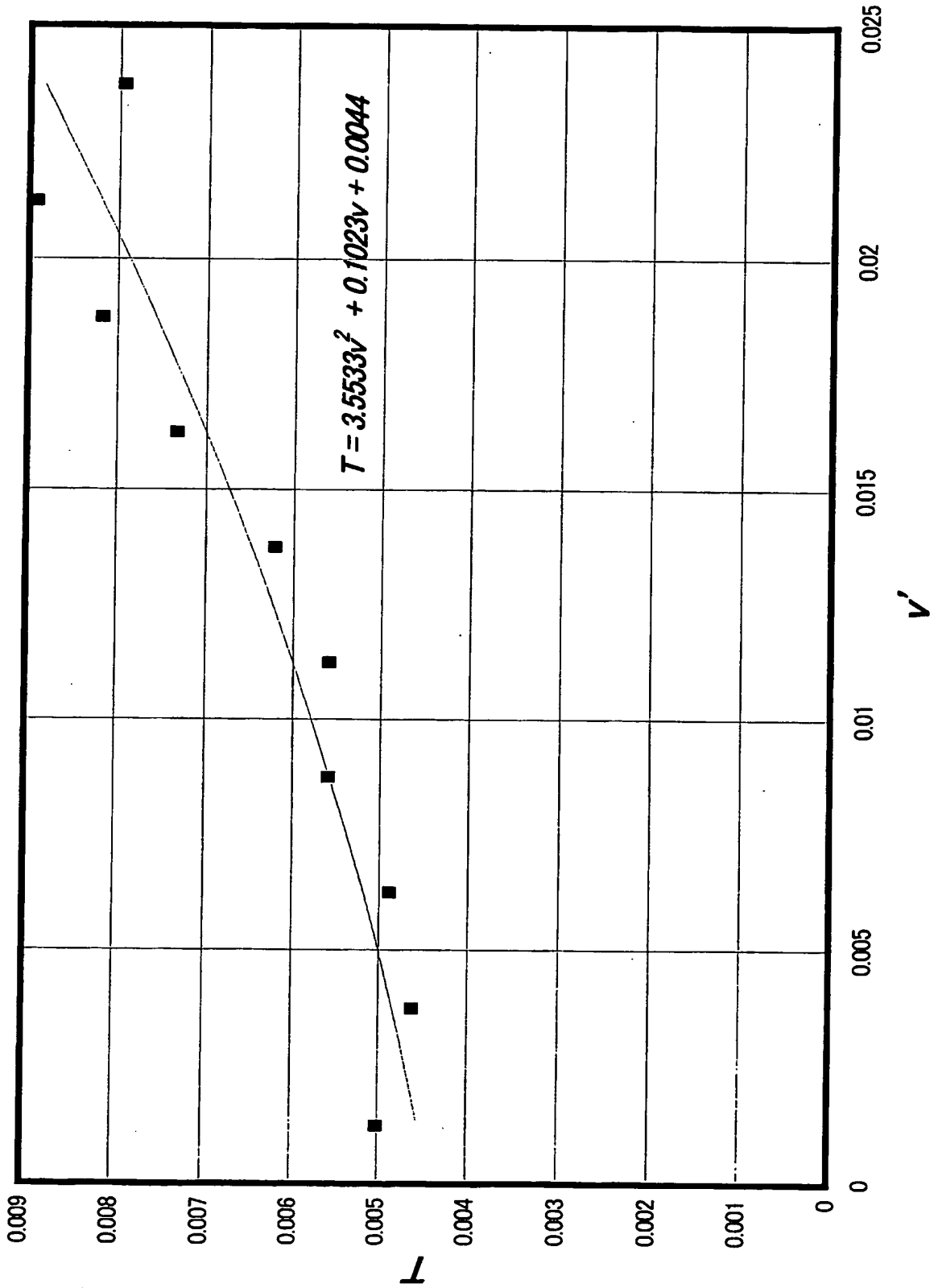
Fitting by  $v \cdot \exp[-v/T]$



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

13/64

図13

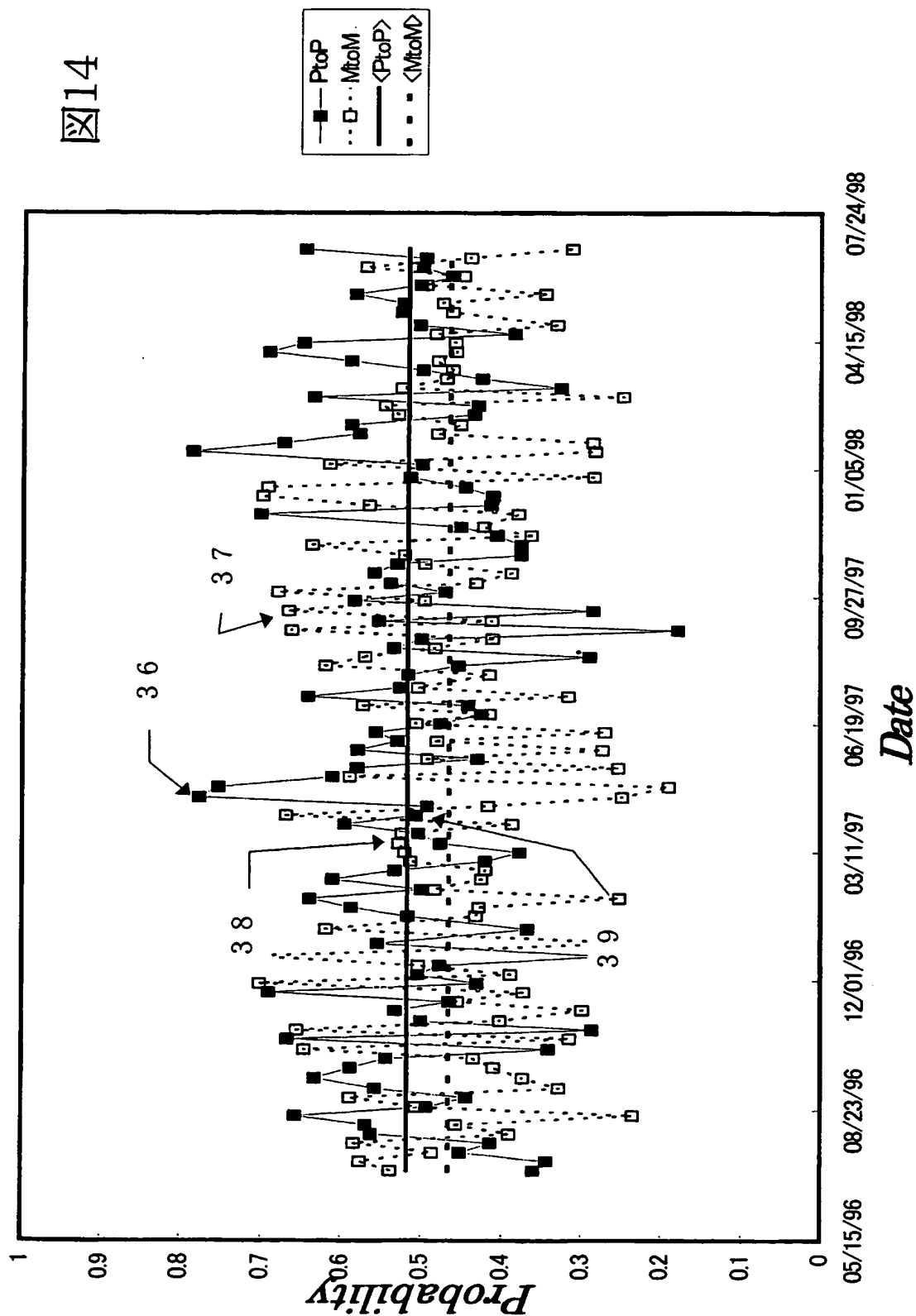


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



14/64

図14

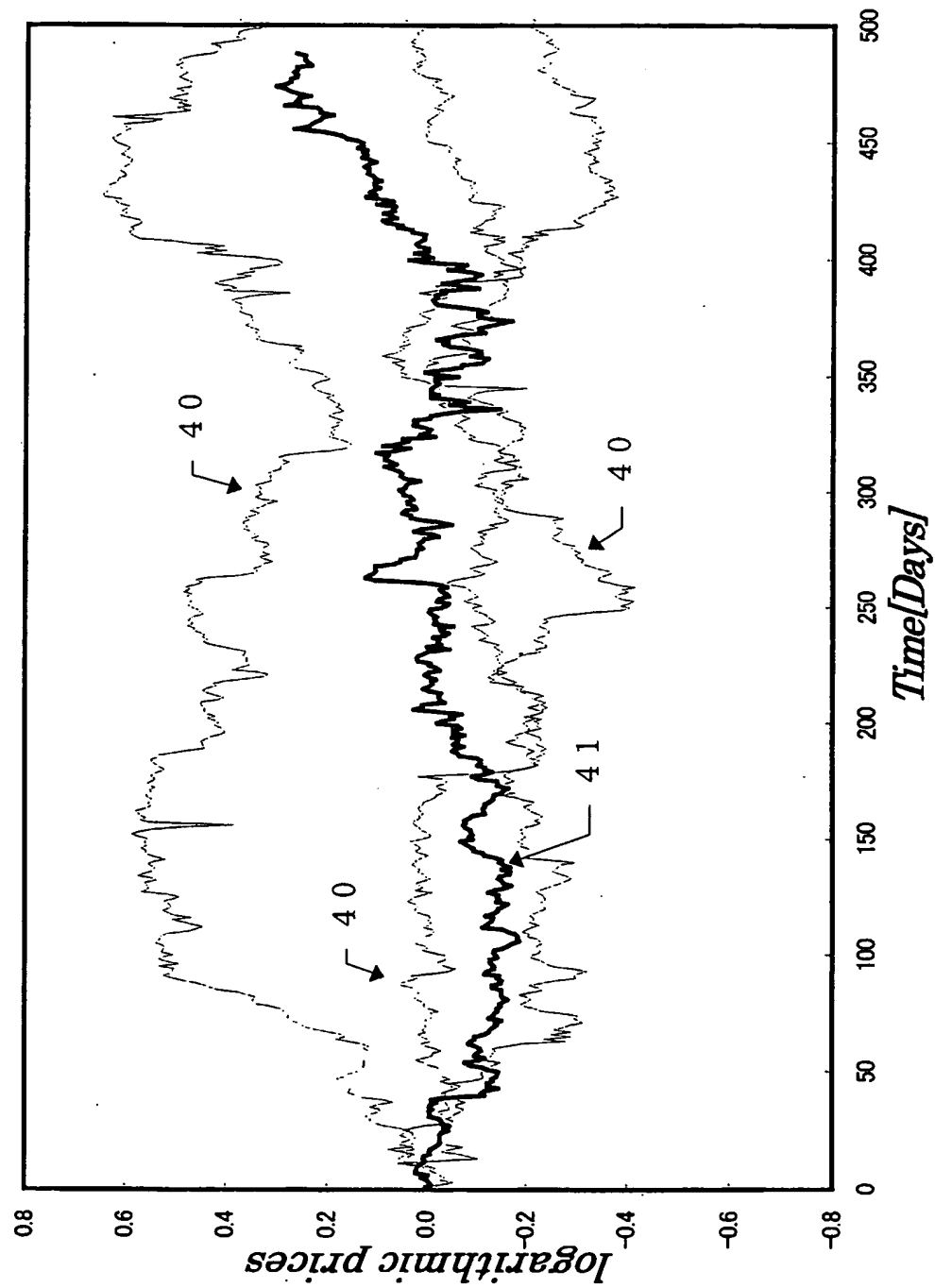


36 価格の上昇から上昇への事象確率  $\phi(1 \rightarrow 1, t)$   
 37 価格の下降から下降への事象確率  $\phi(-1 \rightarrow -1, t)$   
 38 価格の上昇から上昇への事象確率の平均  
 39 価格の下降から下降への事象確率  $\phi(-1 \rightarrow -1, t)$ の平均

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

15/64

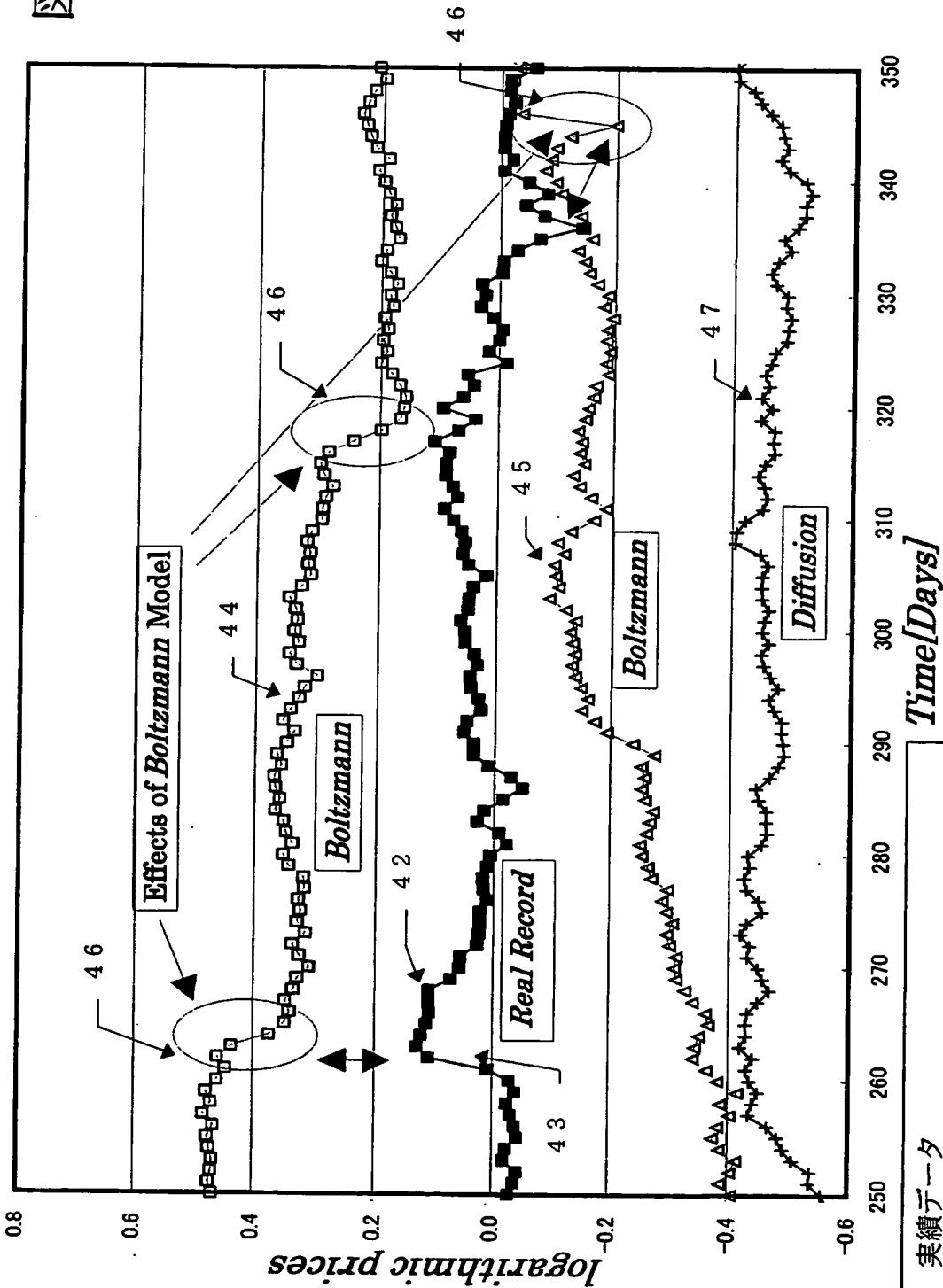
Boltzmann 図15



40 ボルツマンモデルの結果  
41 実績データ

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図16

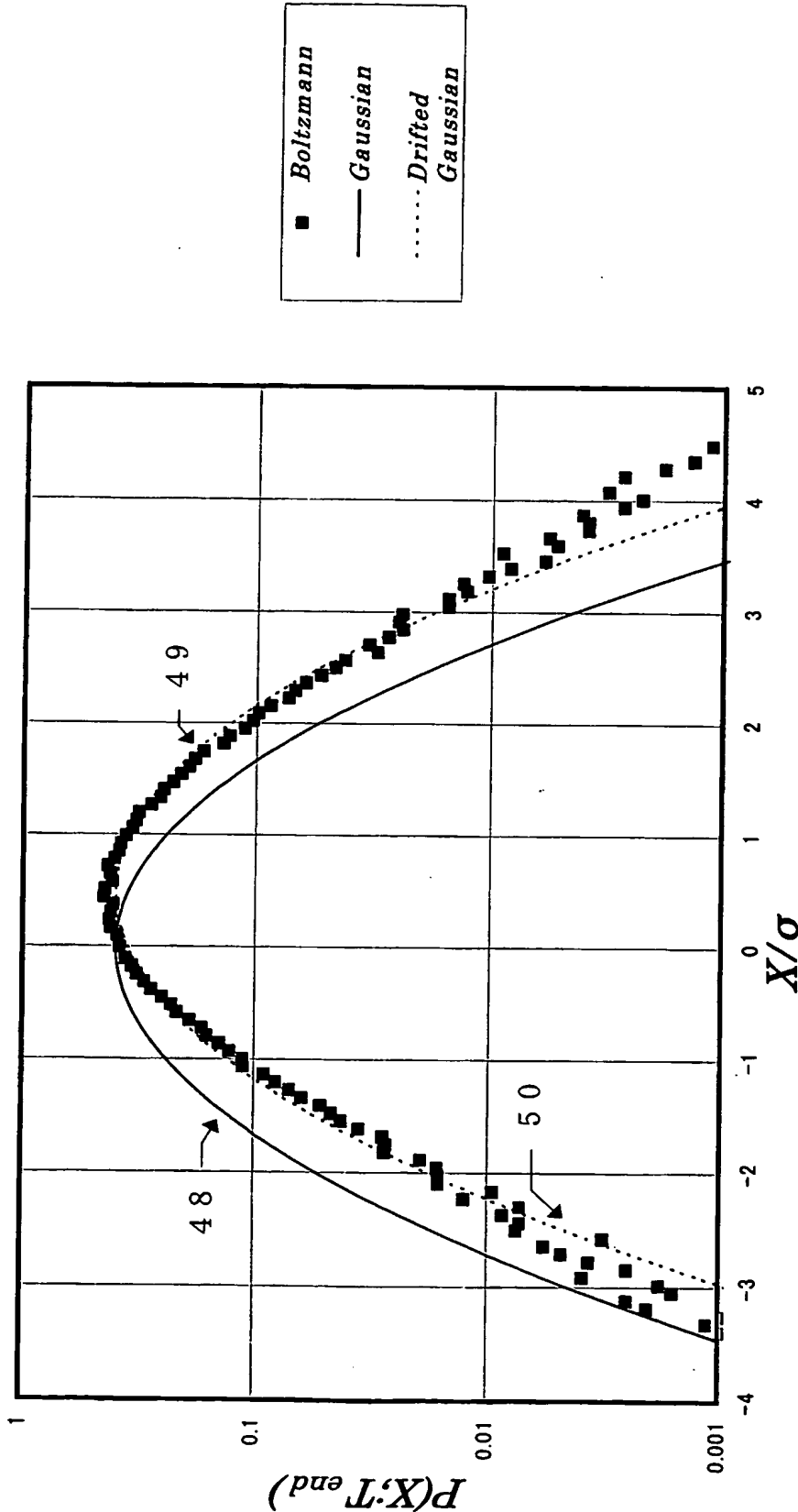


- 4 2 実績データ
- 4 3 1日で約10パーセントの価格変化
- 4 4 ボルツマンモデルによるシミュレーション
- 4 5 ボルツマンモデルによるシミュレーション
- 4 6 実績データと類似したジャンプ
- 4 7 従来の拡散モデル

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図17

$\sigma = 0.3$

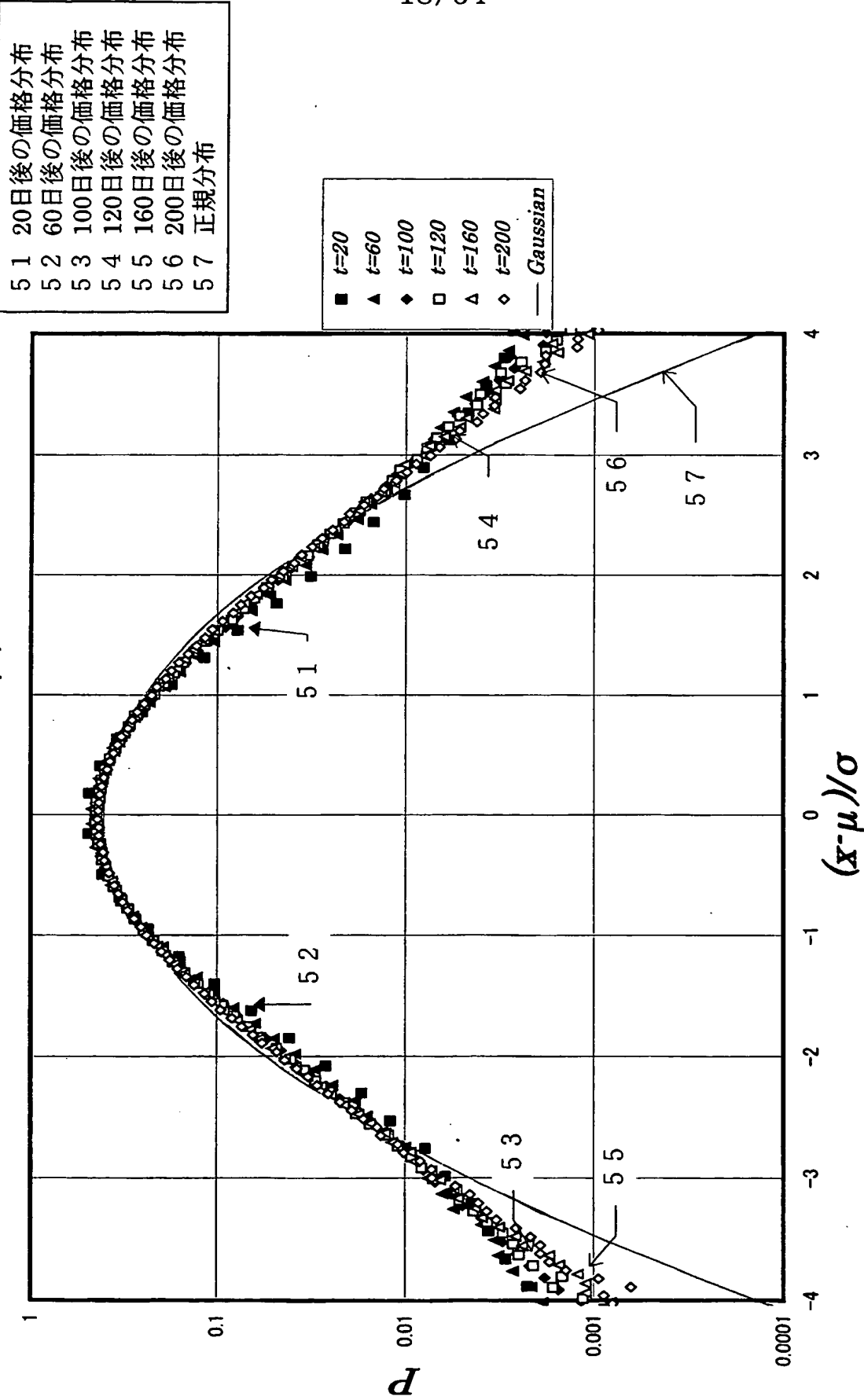


48 期待値が0で標準偏差が0.29の正規分布  
49 ボルツマンモデルの結果  
50 ドリフトの補正をした正規分布

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

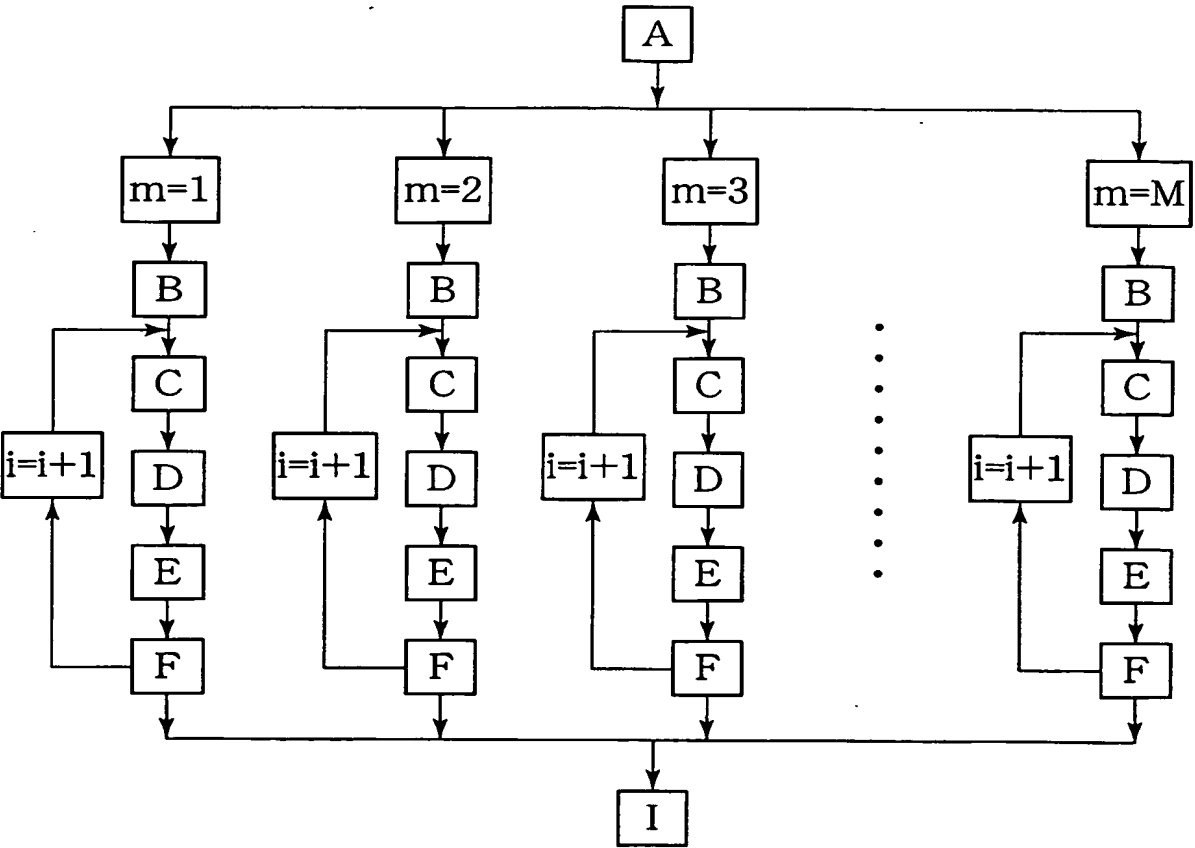


図18



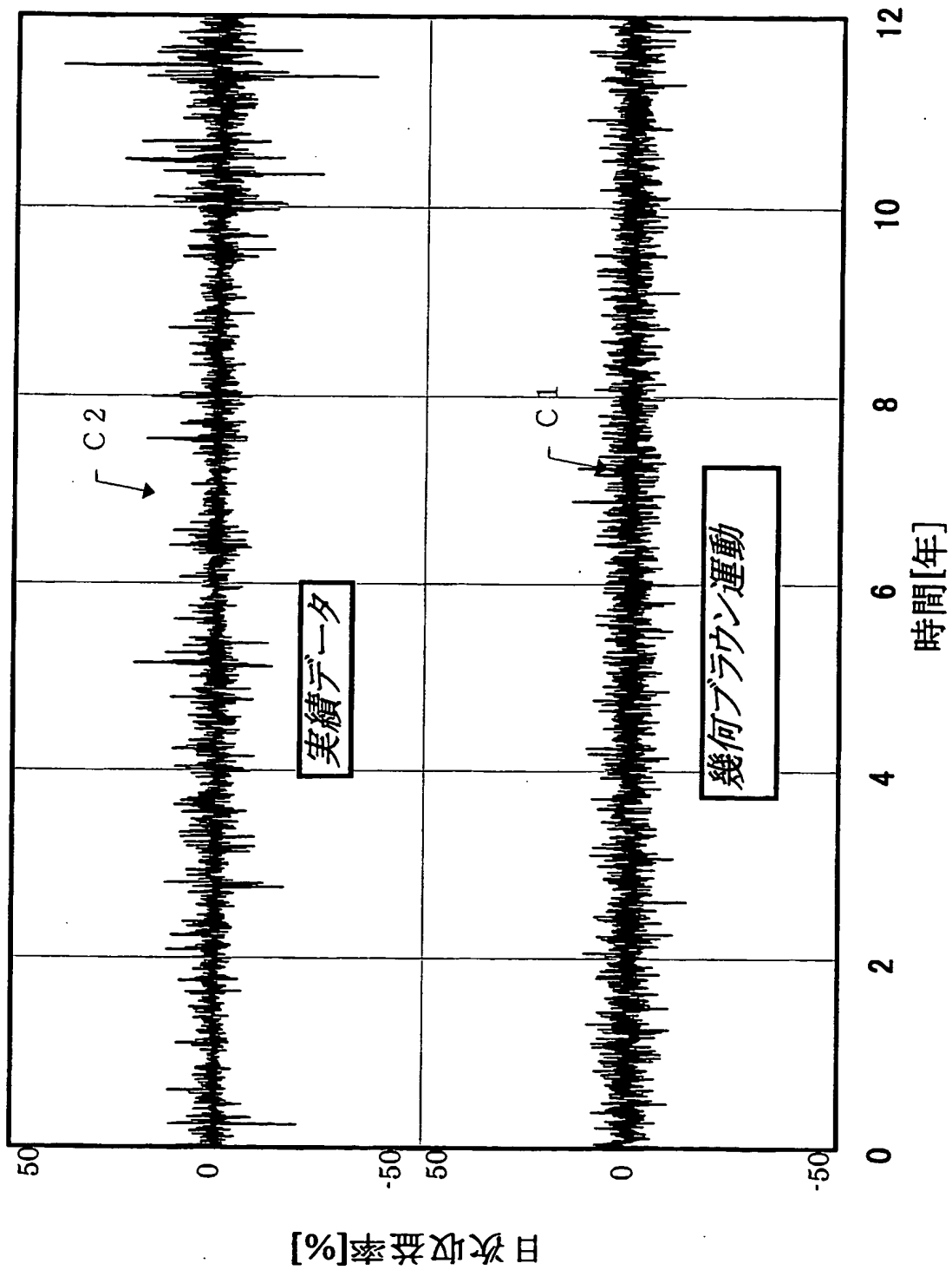
**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図19



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

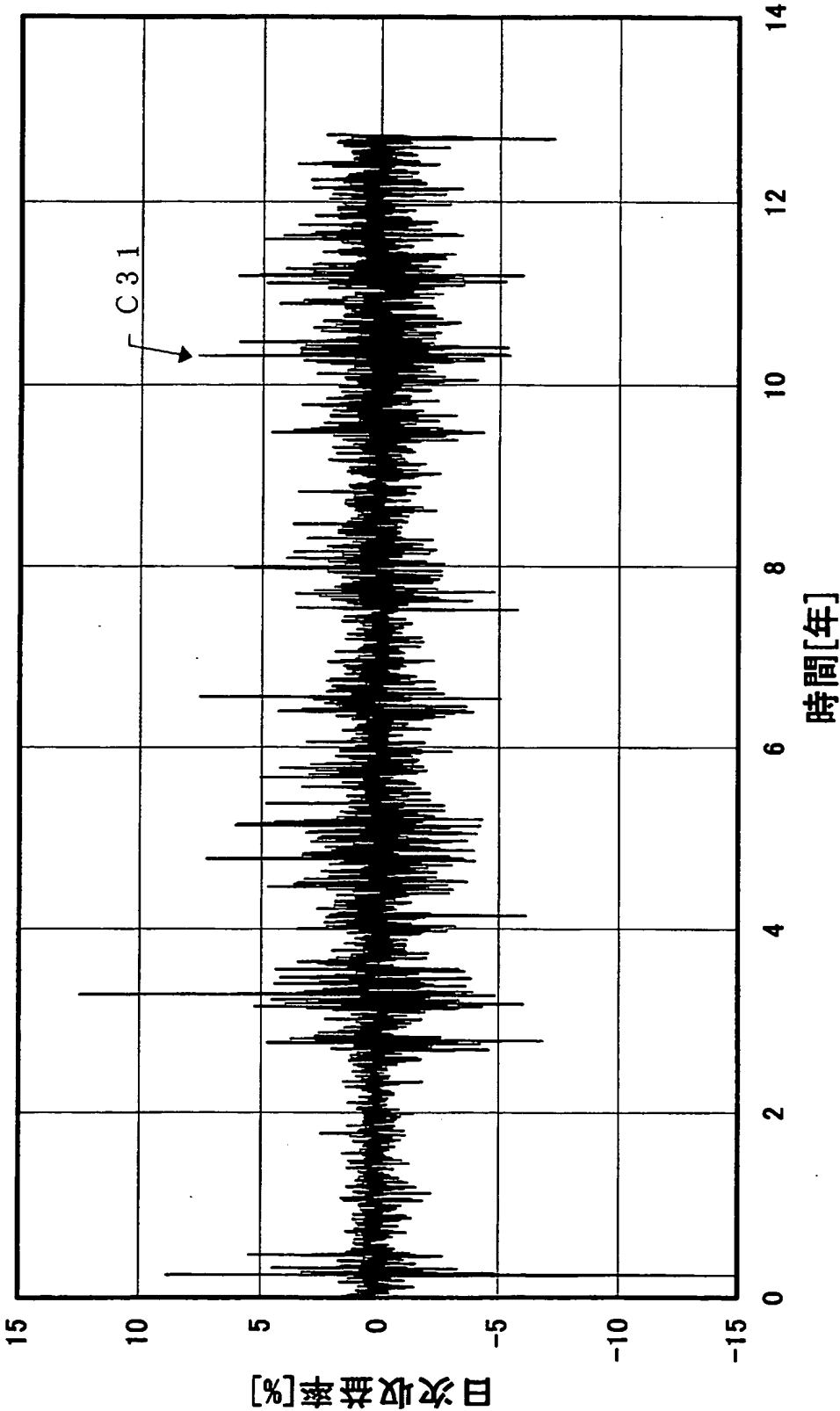
図20



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図21

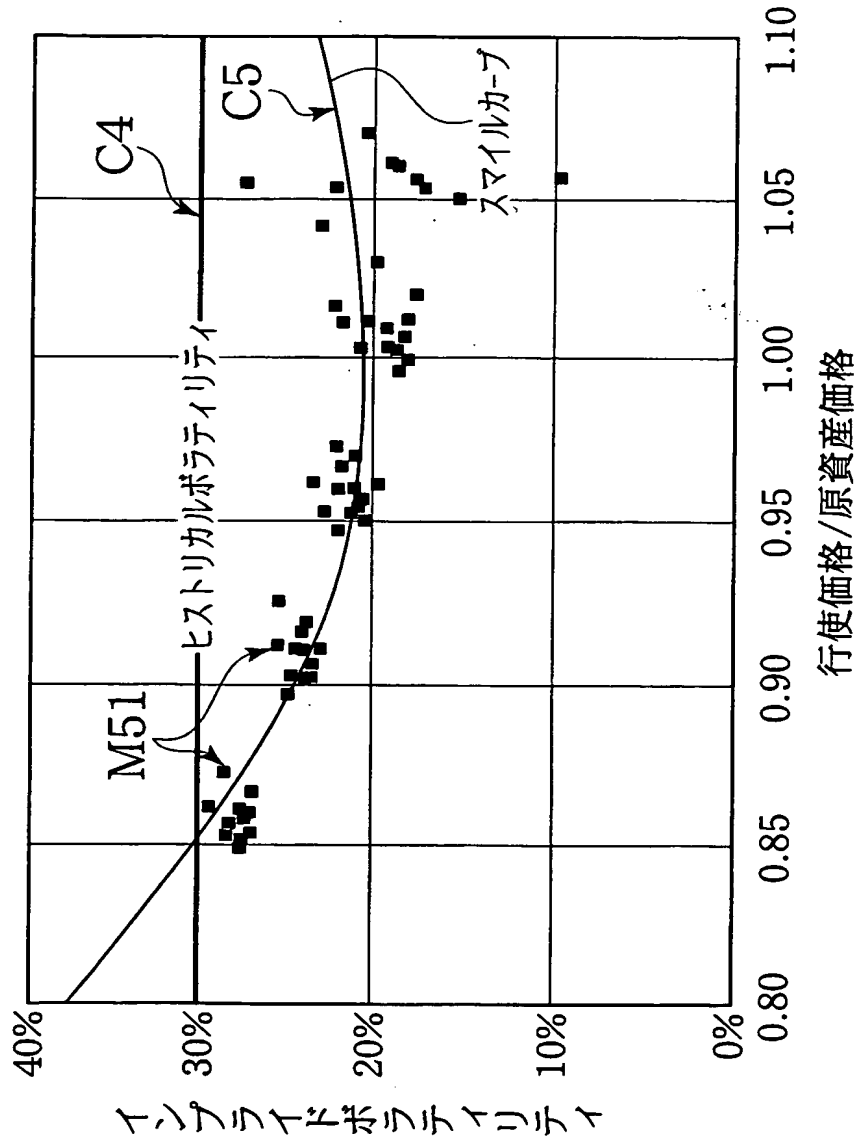
日系平均



**PAGE BLANK (USPTO)**

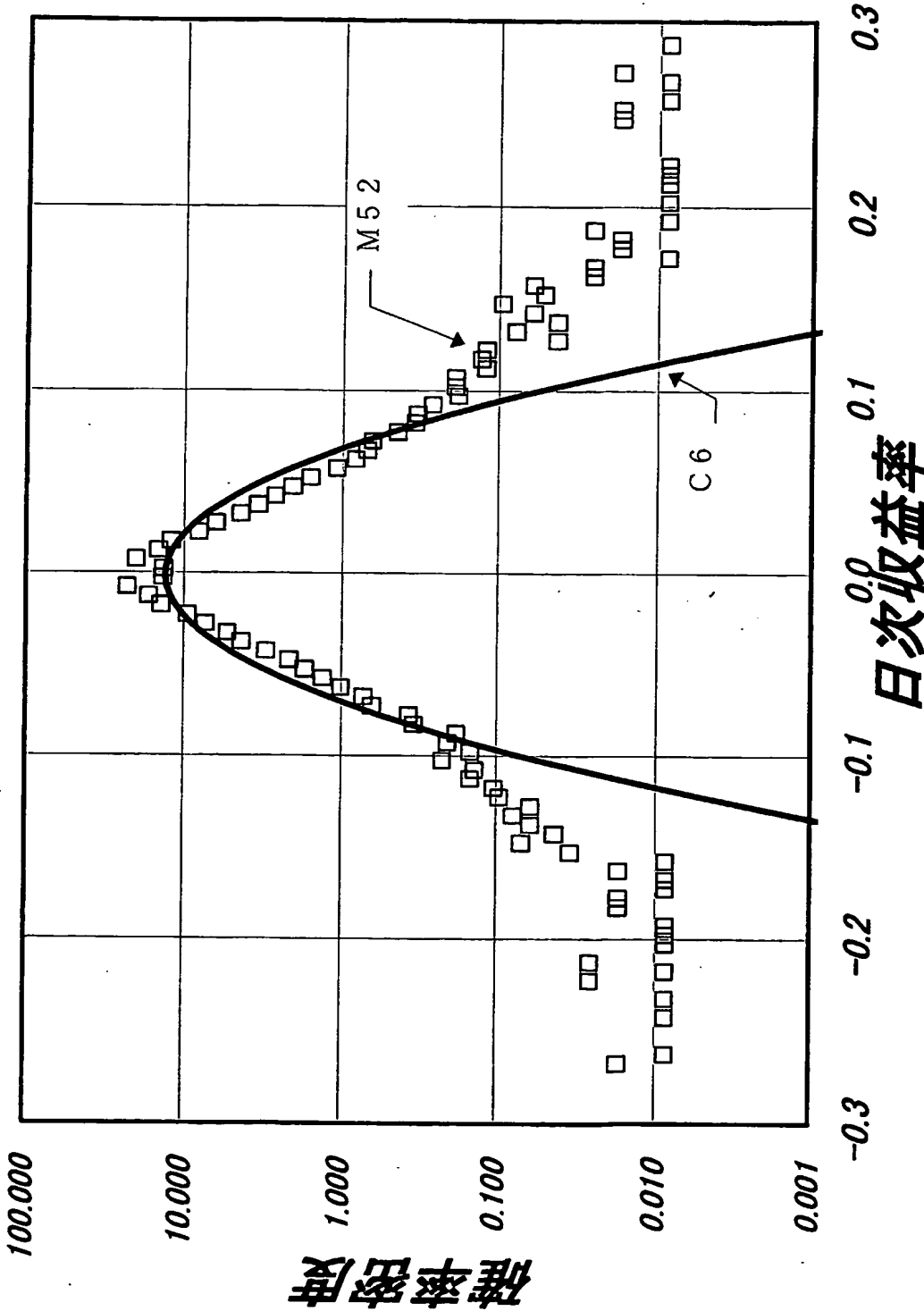


図22



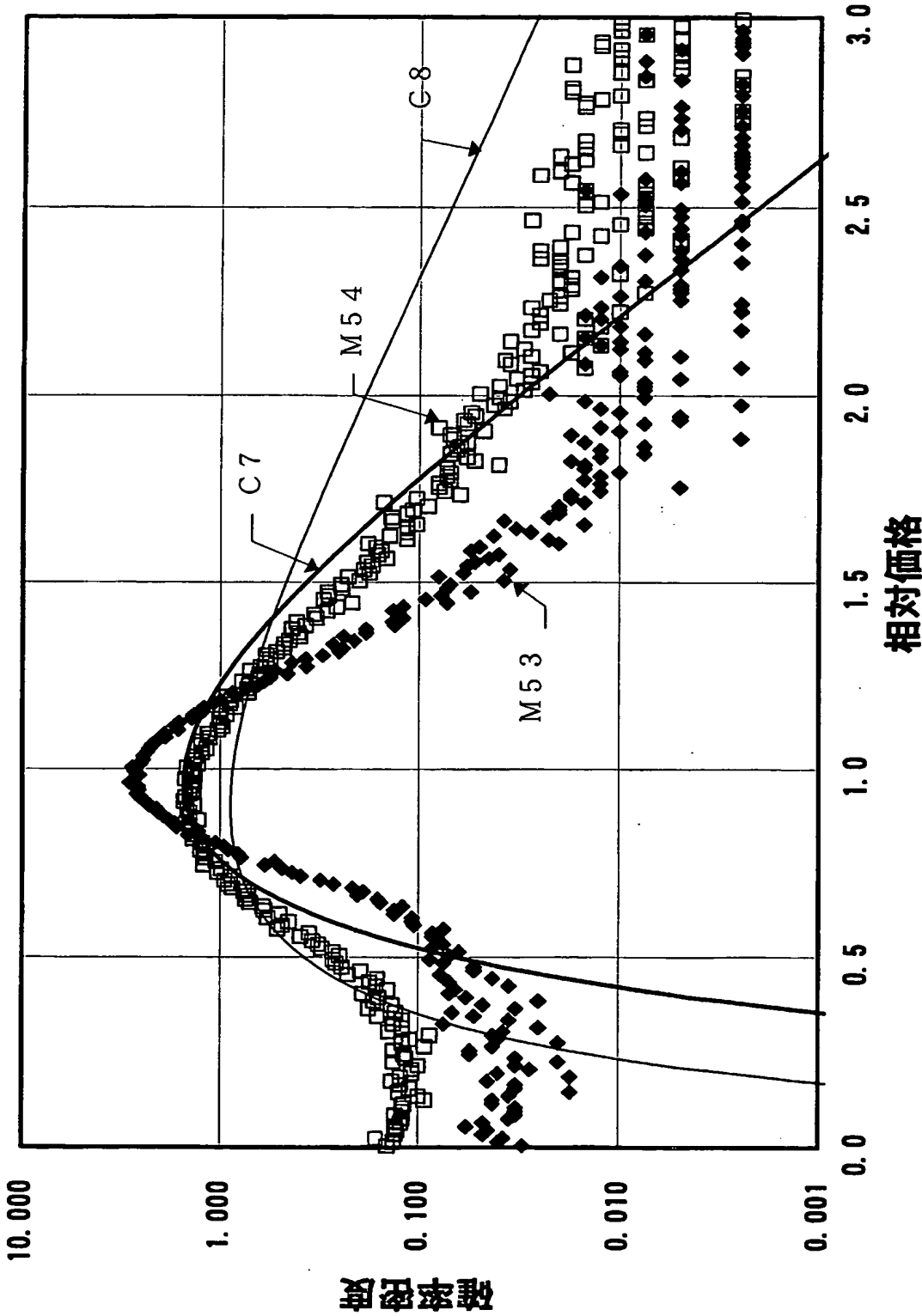
**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図23



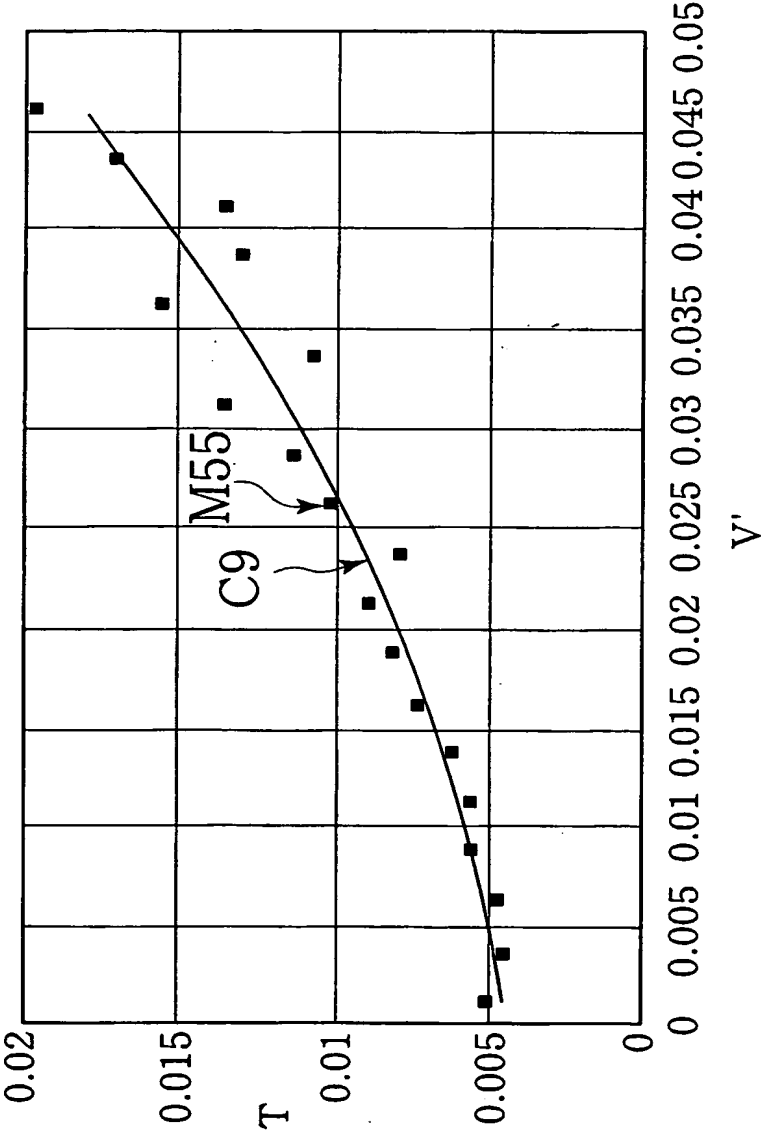
**THIS PAGE BLANK (100%)**

図24



**THIS PAGE IS BLANK (ISPT0)**

図25

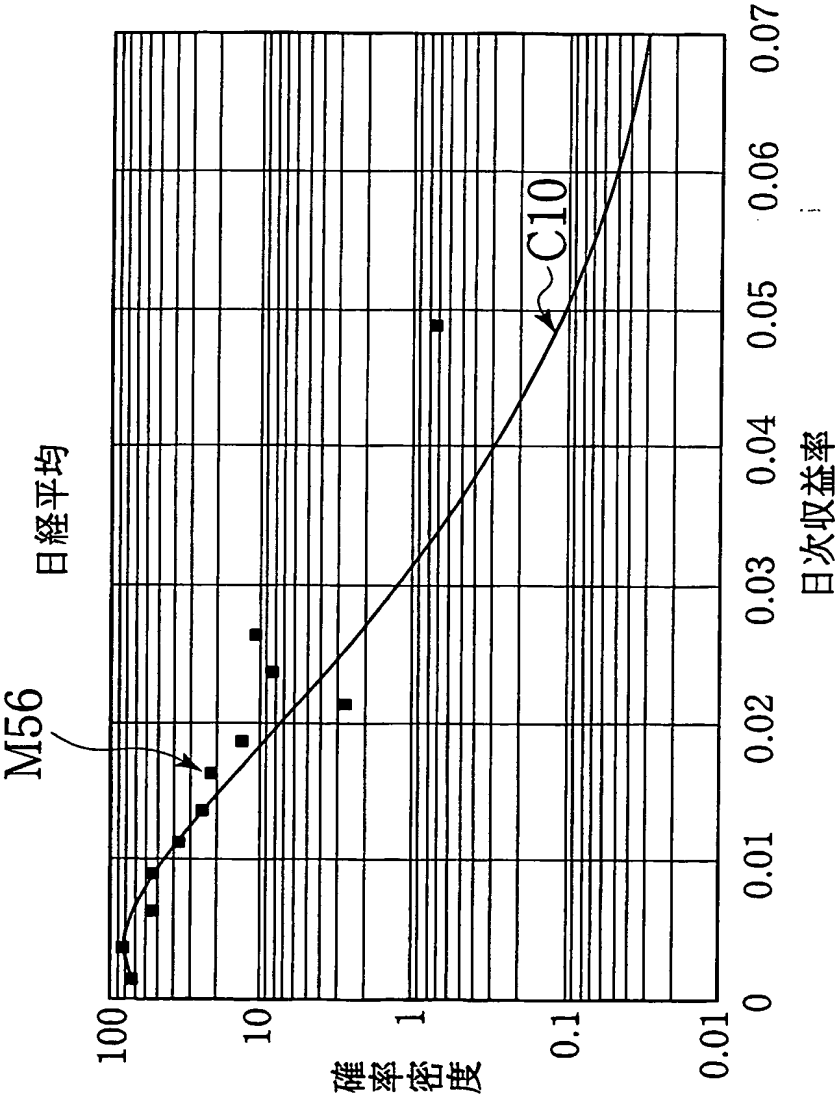


$$T(V')=T_0 \cdot (1+C_0V'+g_0V'^2)$$

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

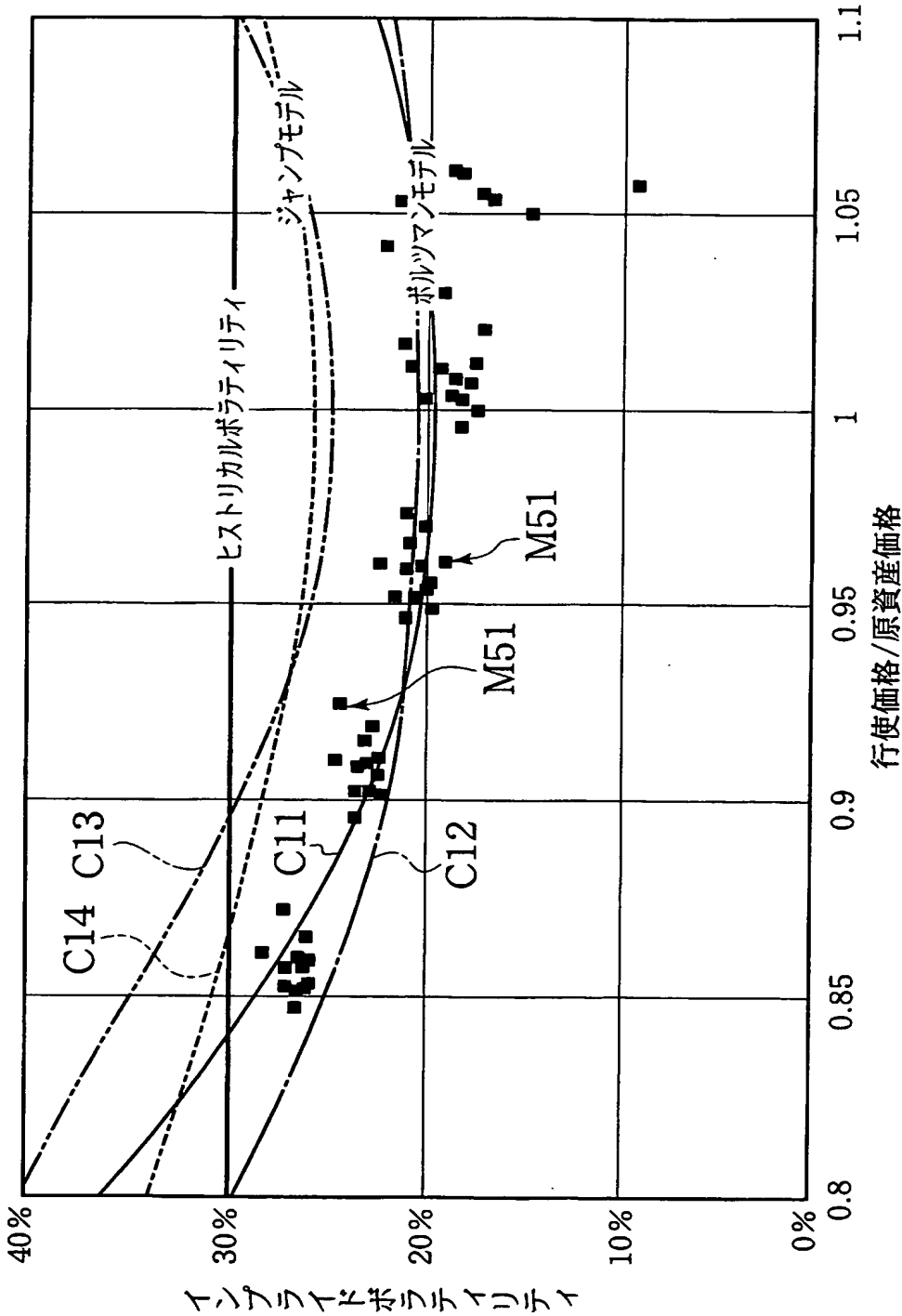


図26



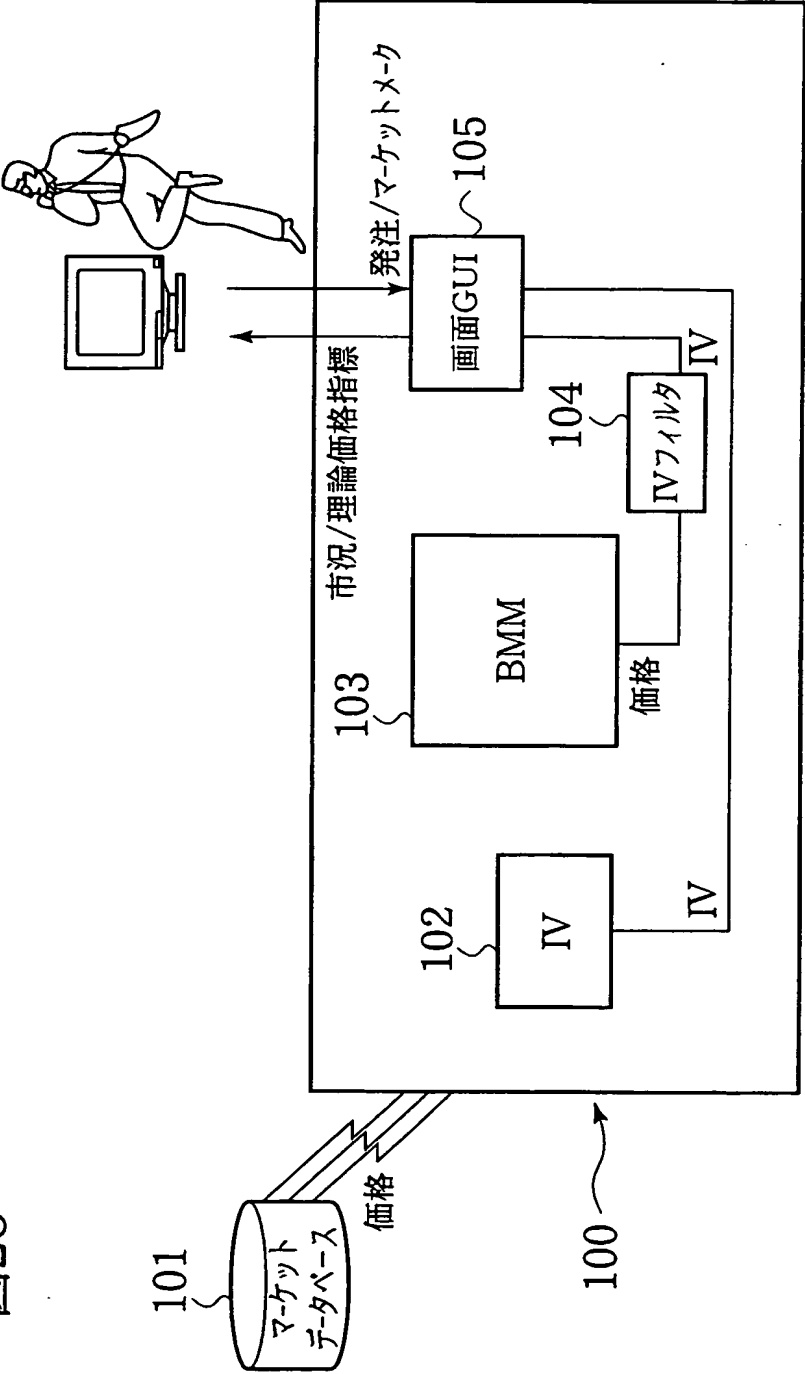
**THIS PAGE BLANK** (USPTO)

図27



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

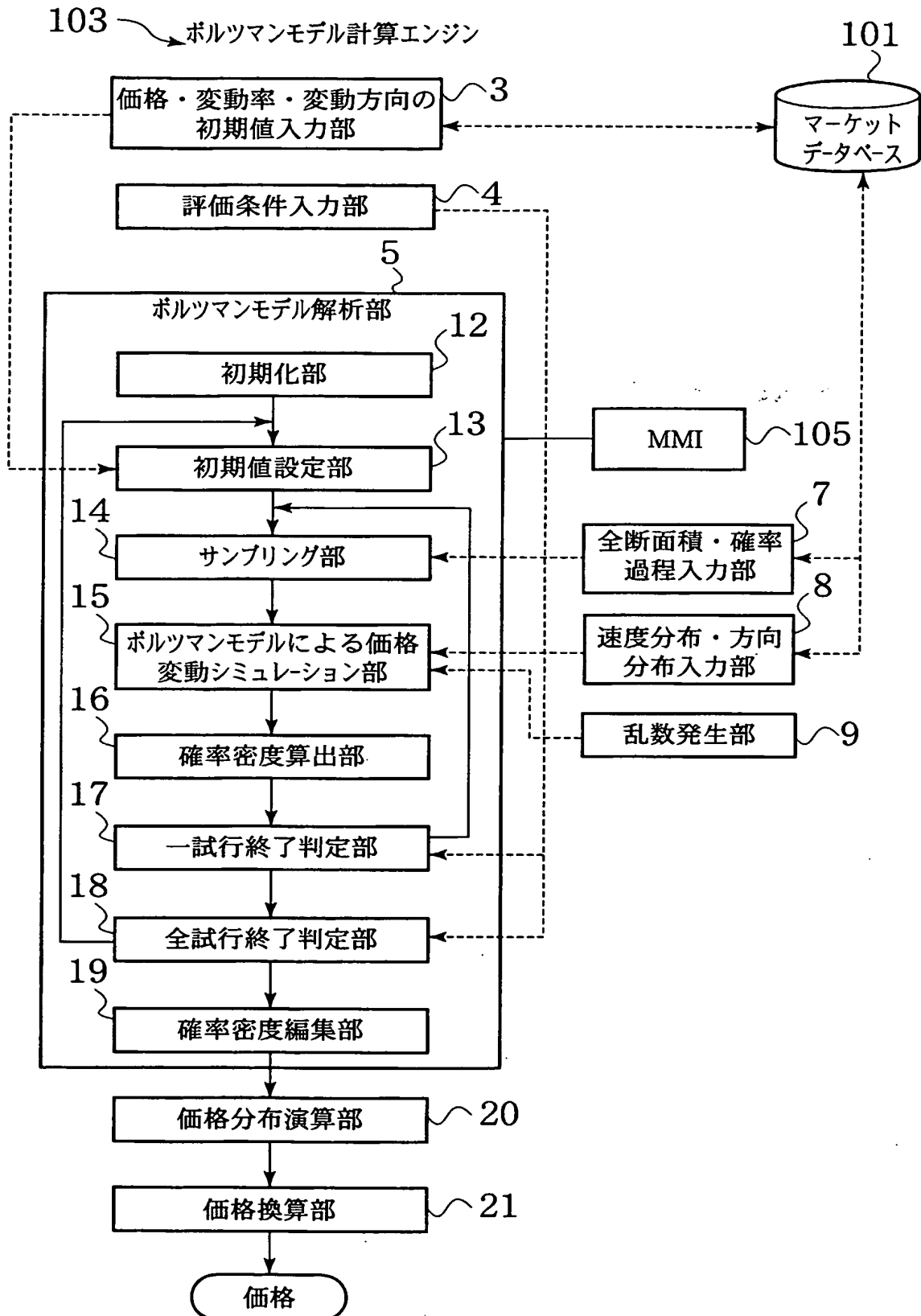
図28



**THIS PAGE BLANK (ISPTO)**

29/64

図29

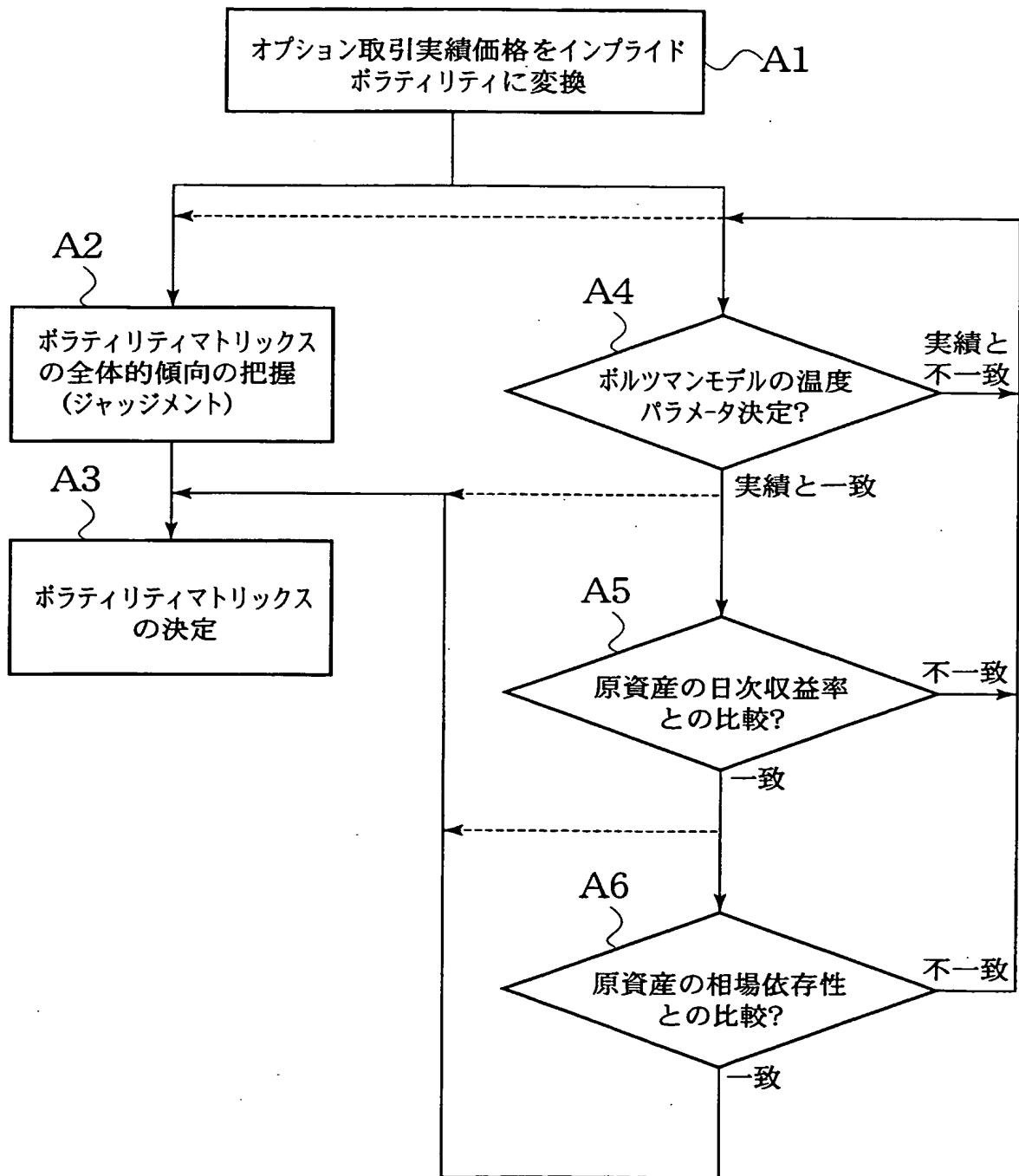


**THIS PAGE BLANK** (USPTO)



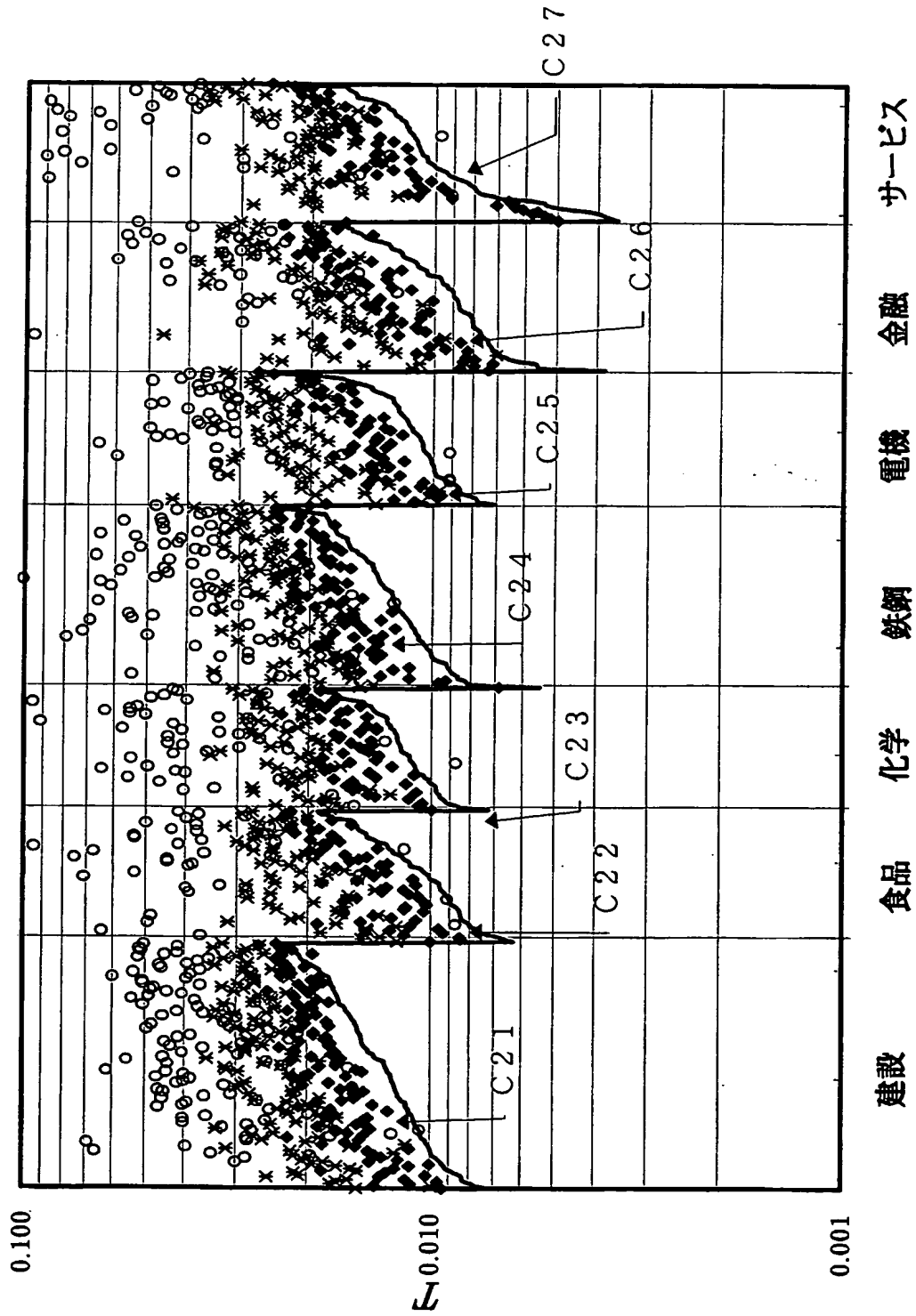
30/64

図30



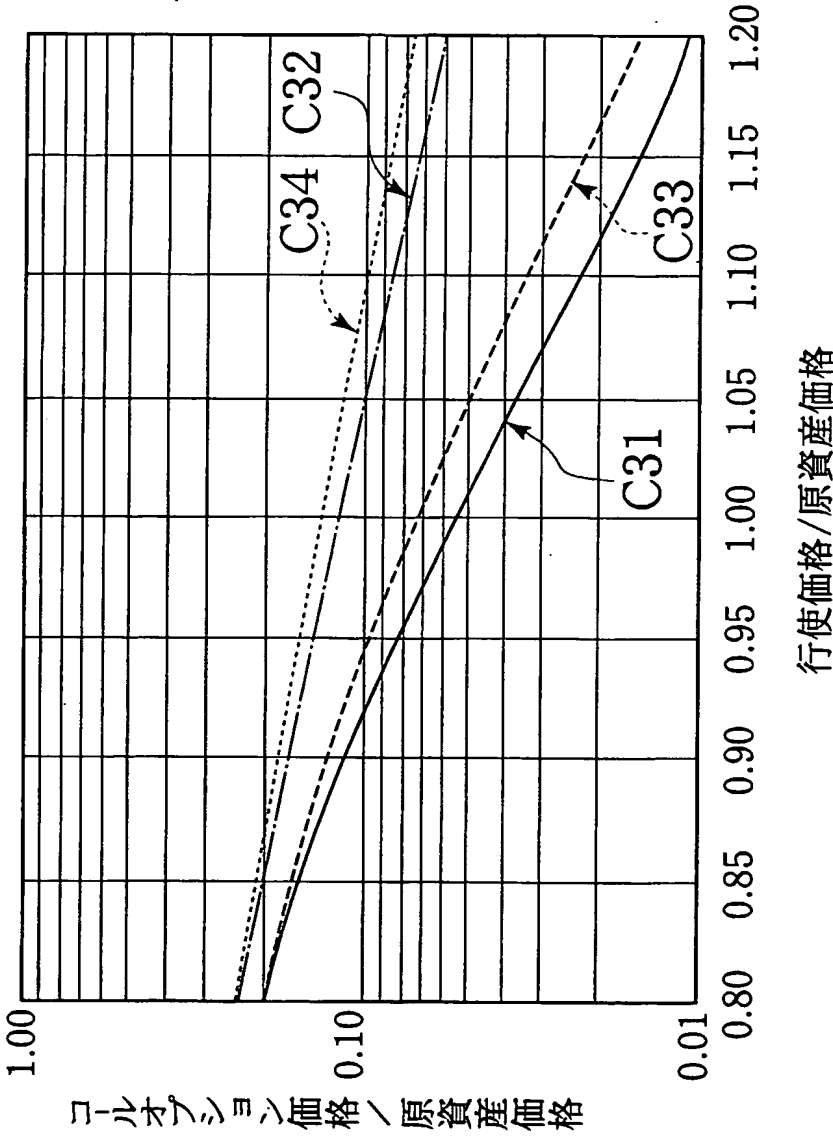
**THIS PAGE BLANK**

図31



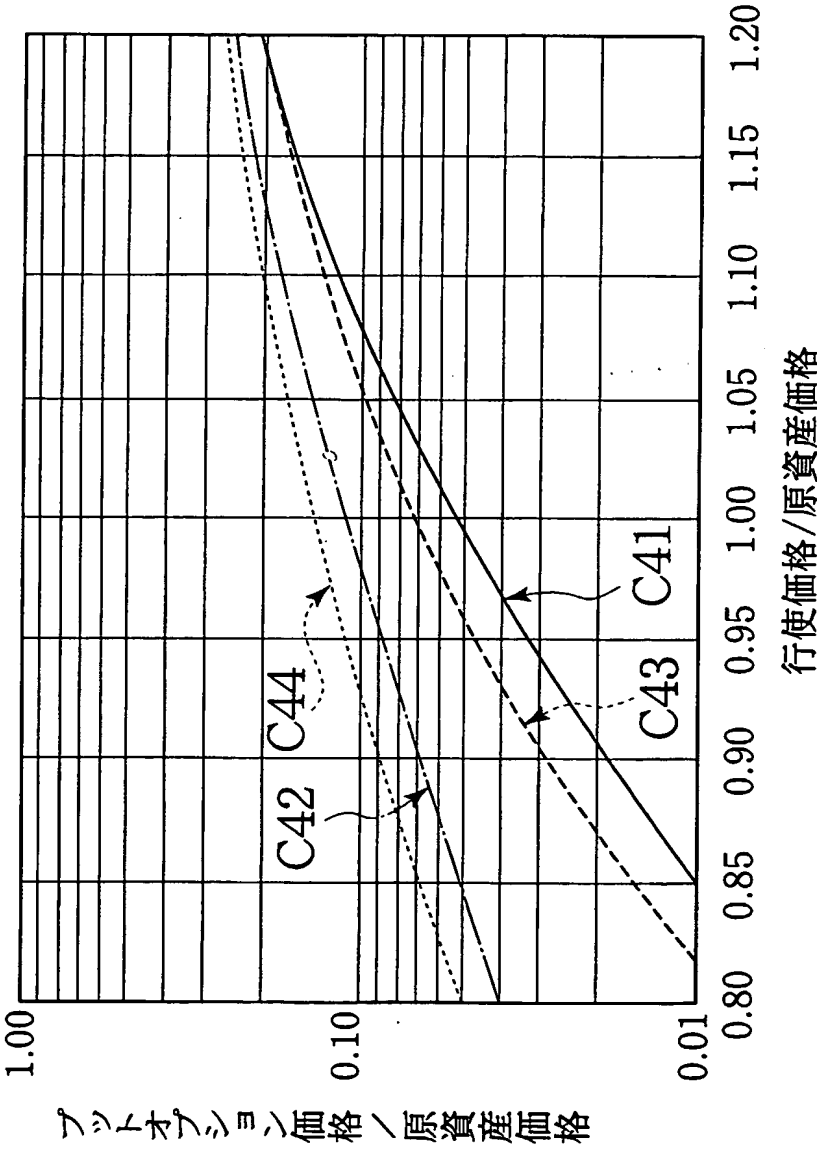
**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図32



**THIS PAGE BLANK (USP)**

図33

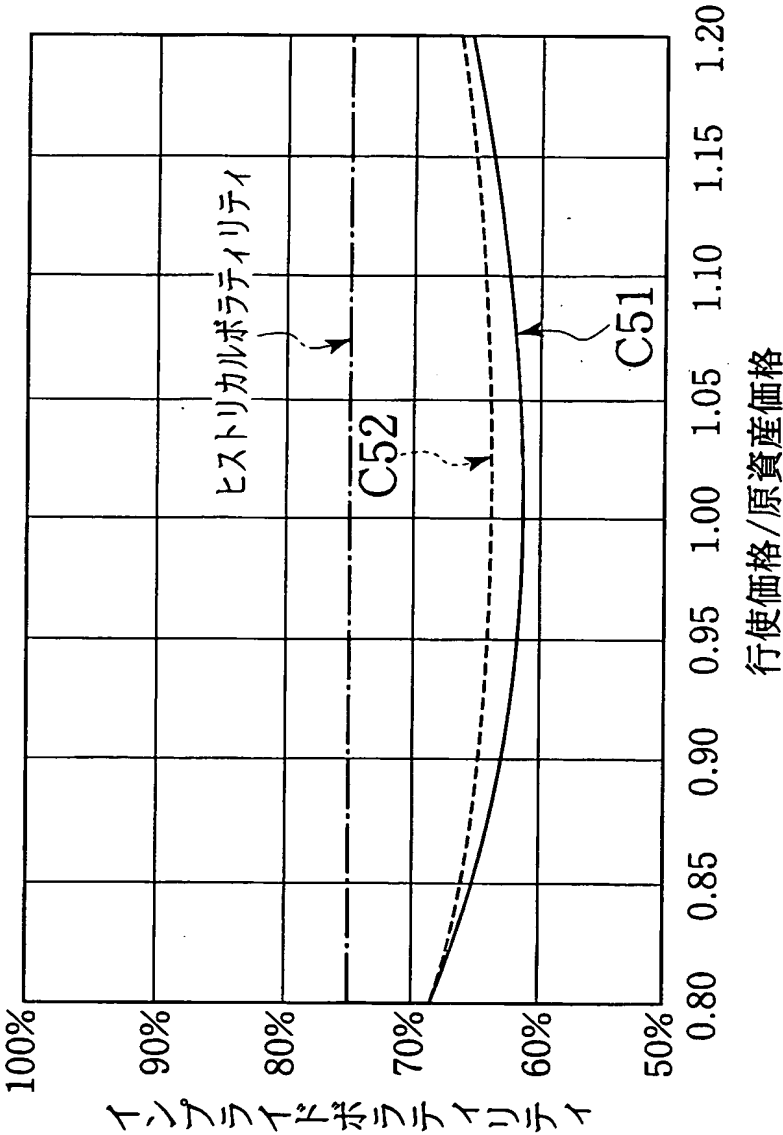


**THIS PAGE BLANK (USPTC.**



図34

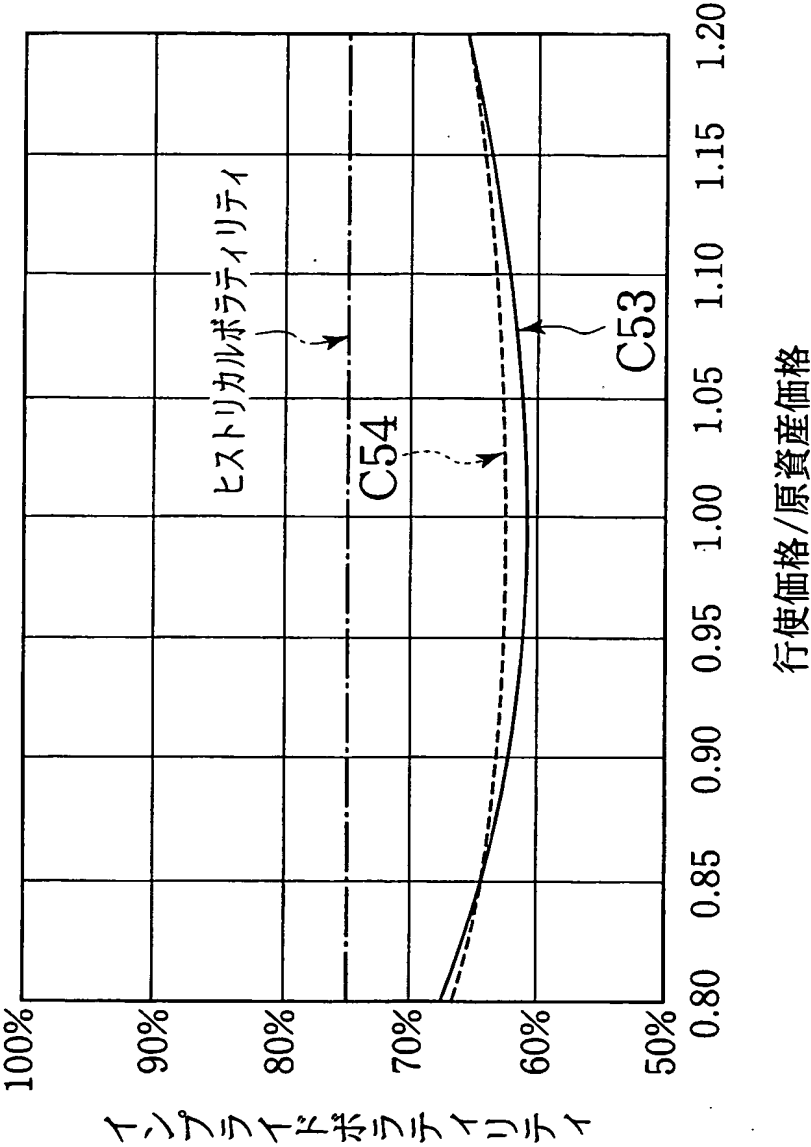
コールオプション



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図35

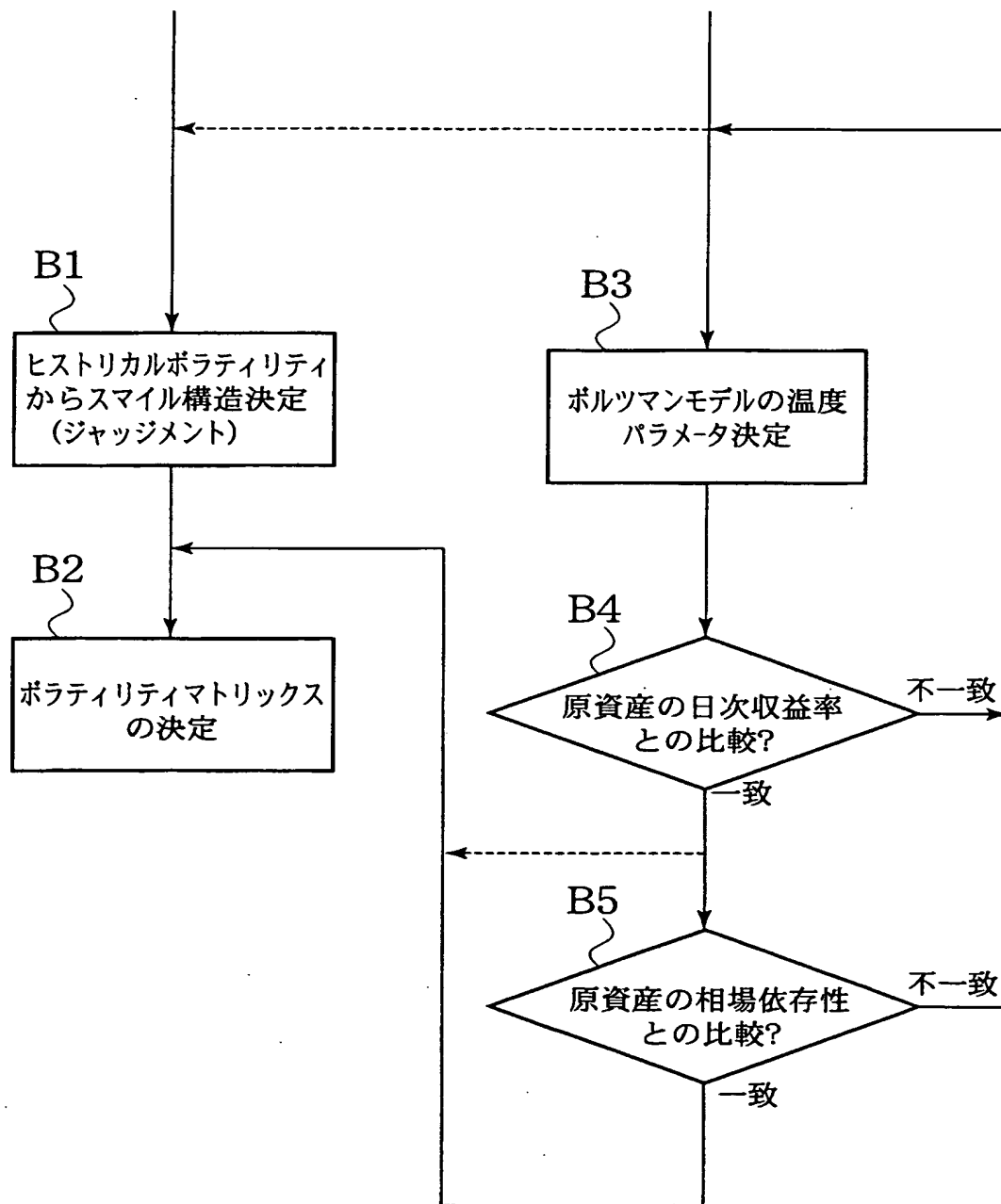
プットオプション



**THIS PAGE BLANK** (USPTO)

36/64

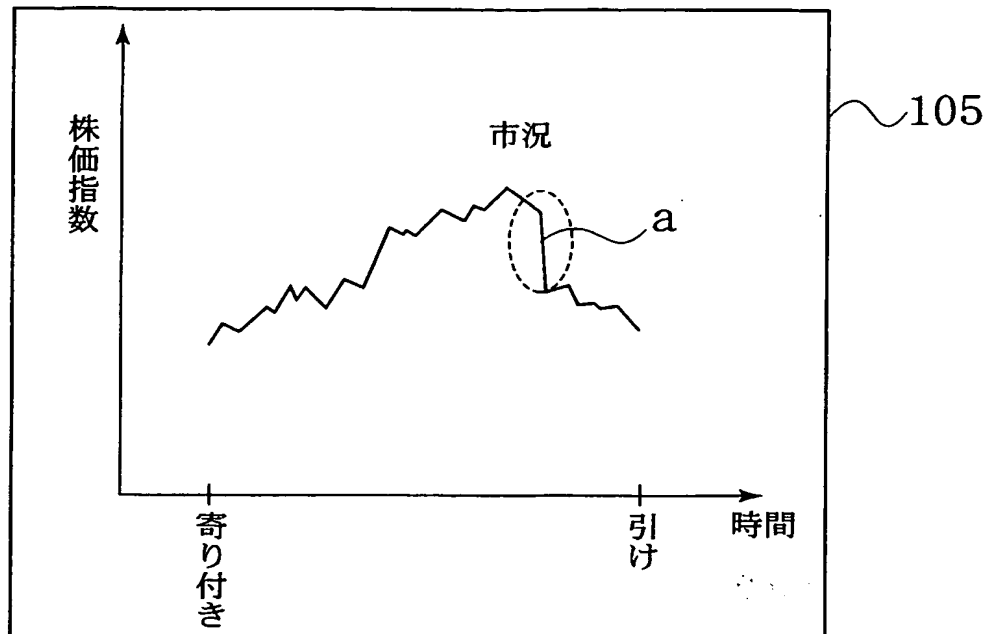
図36



**THIS PAGE BLANK (USPT)**

37/64

図37



株価指数、ざら場歩みグラフ

図38

		16000	16500	17000	17500	18000	20000
		K1	K2	K3	K4	...	Kn
1限月	call .						
	put						
	IV(call)						
	IV(put)						
S							
m限月	call						
	put						
	IV(call)						
	IV(put)						

インプライドボラティリティ、市況価格

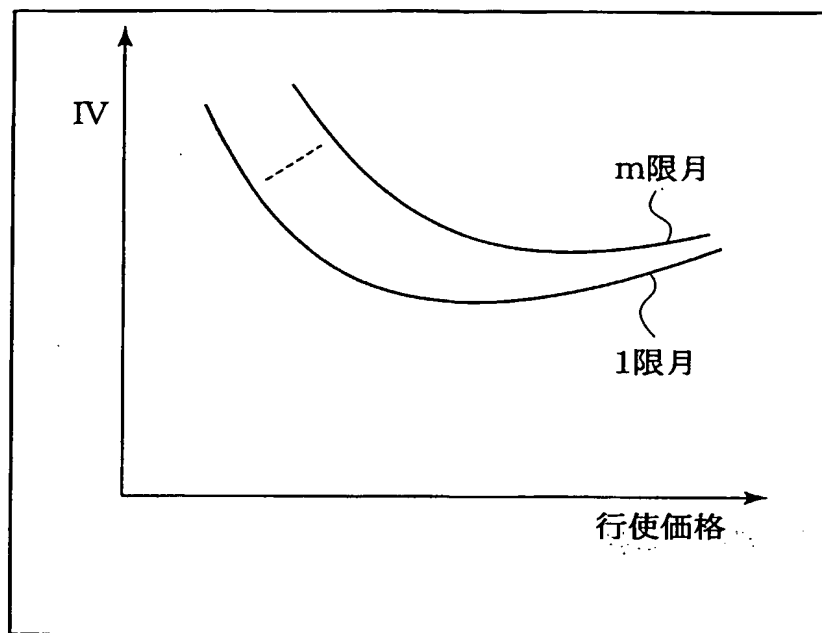
**THIS PAGE BLANK (USE**



38/64

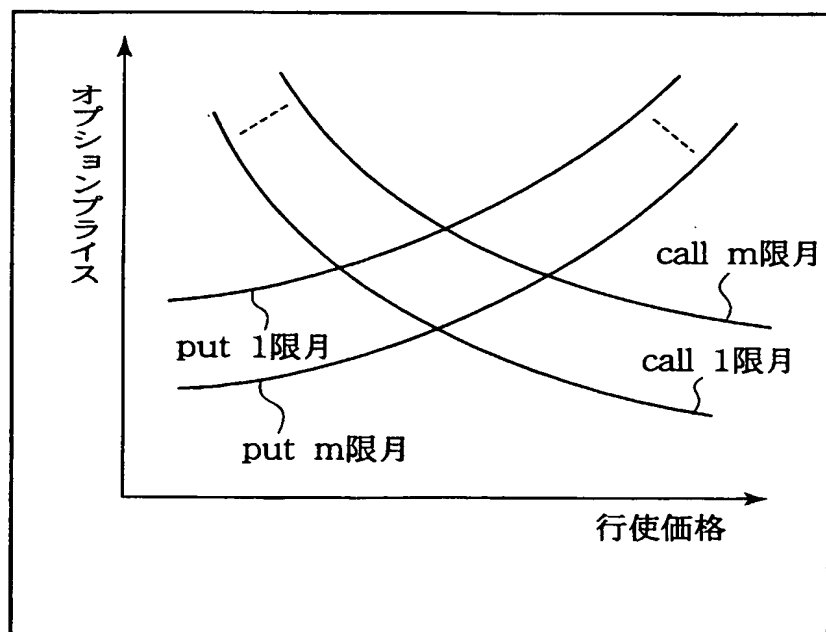
図39

(a)



スマイルカーブグラフ

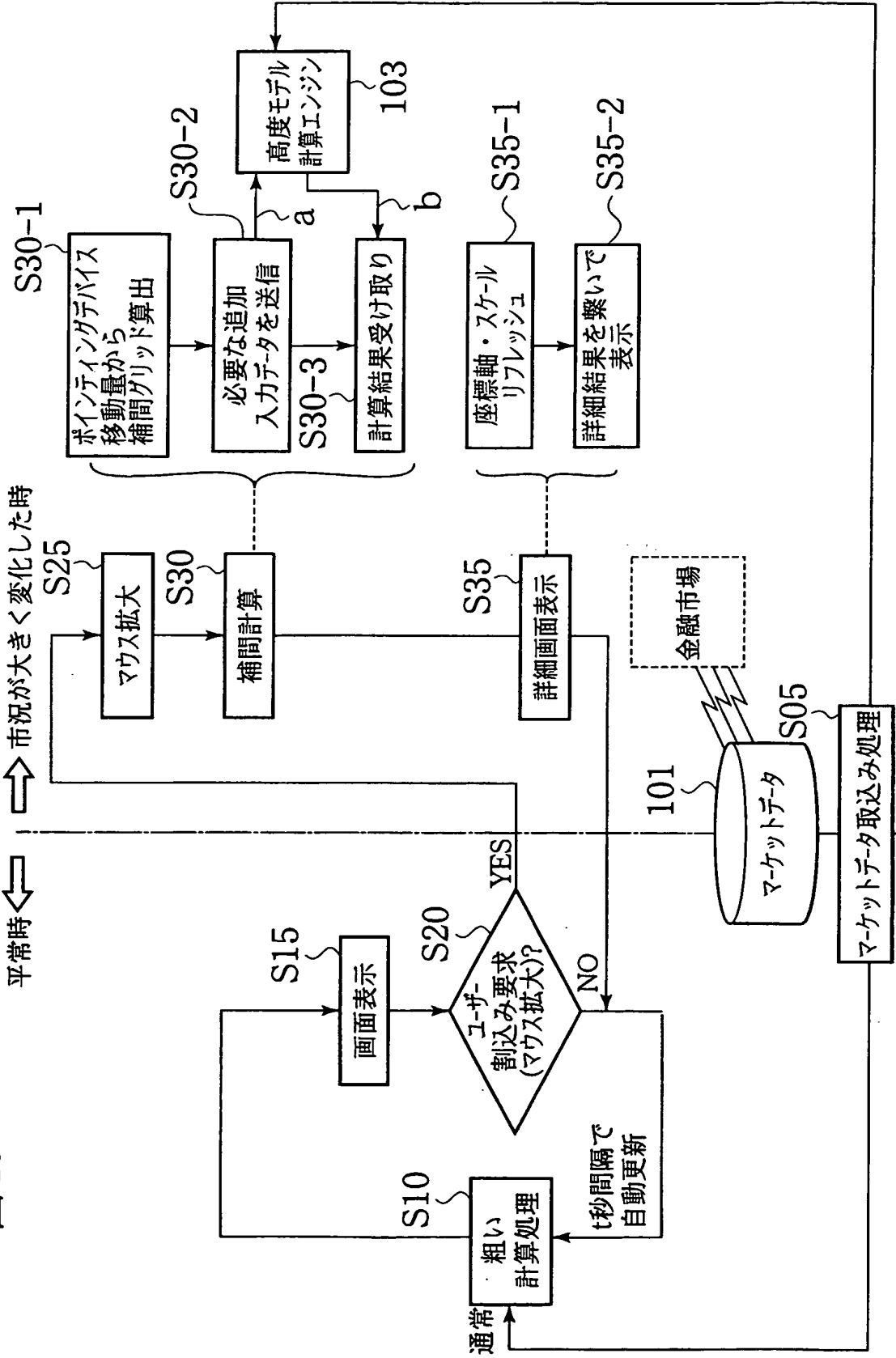
(b)



オプションプライスグラフ

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図40

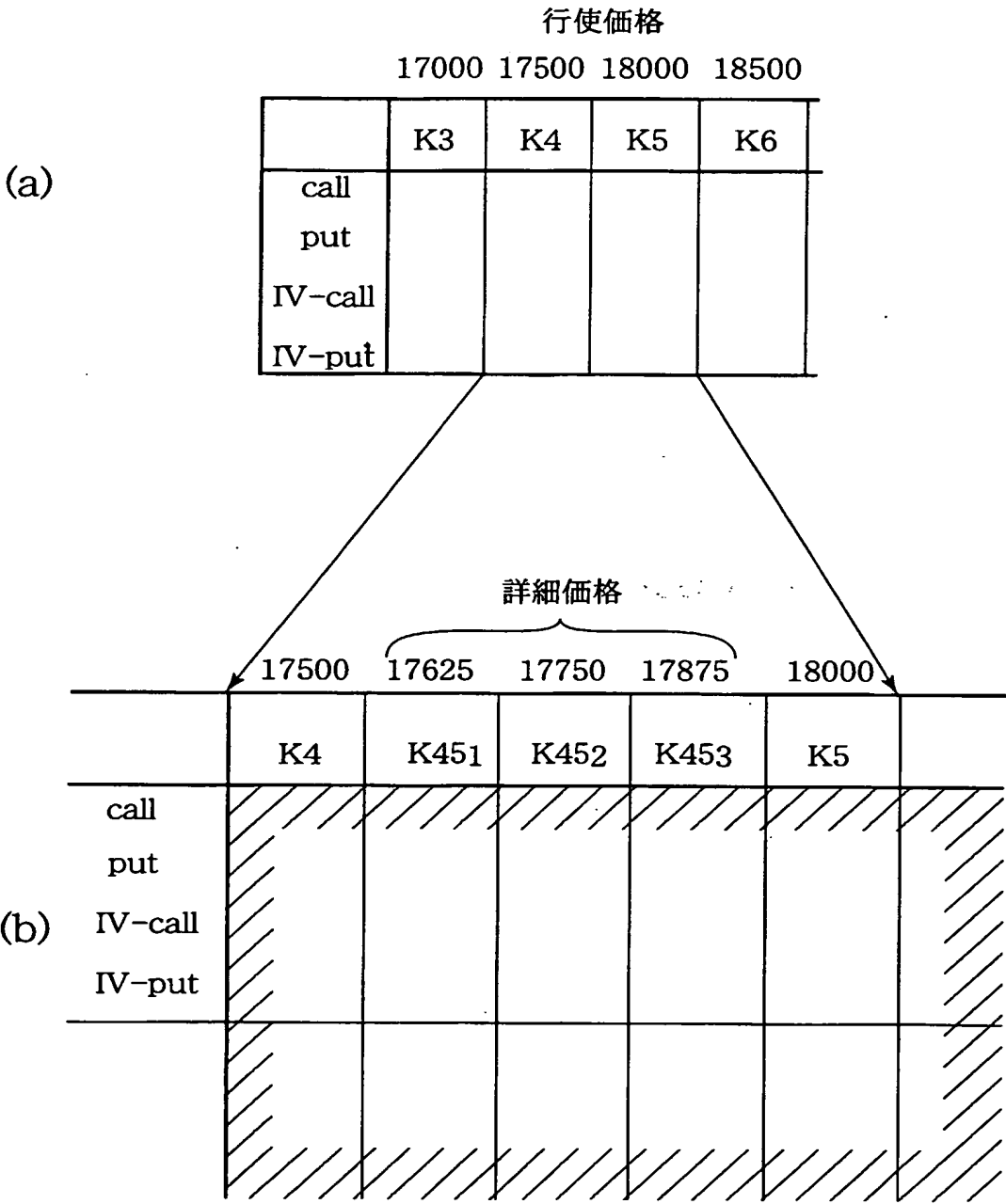


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



**THIS PAGE BLANK (CONT.)**

図42

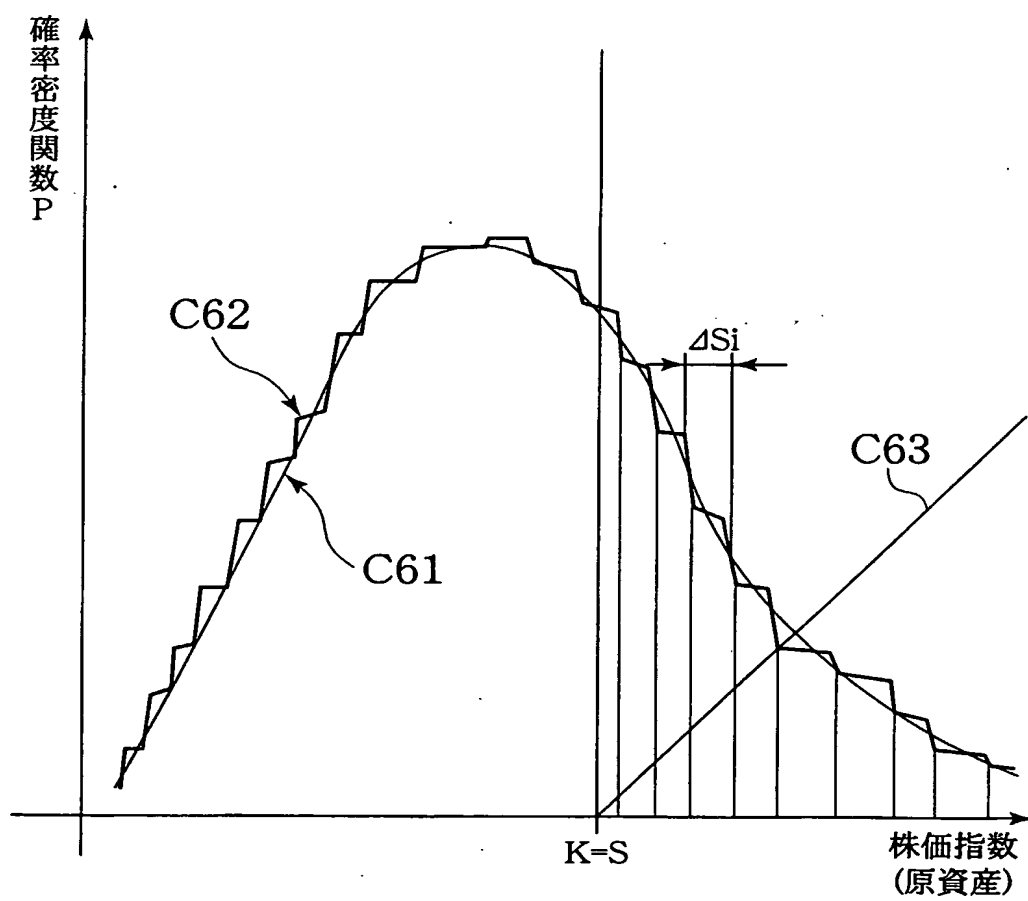


**THIS PAGE BLANK (continued)**



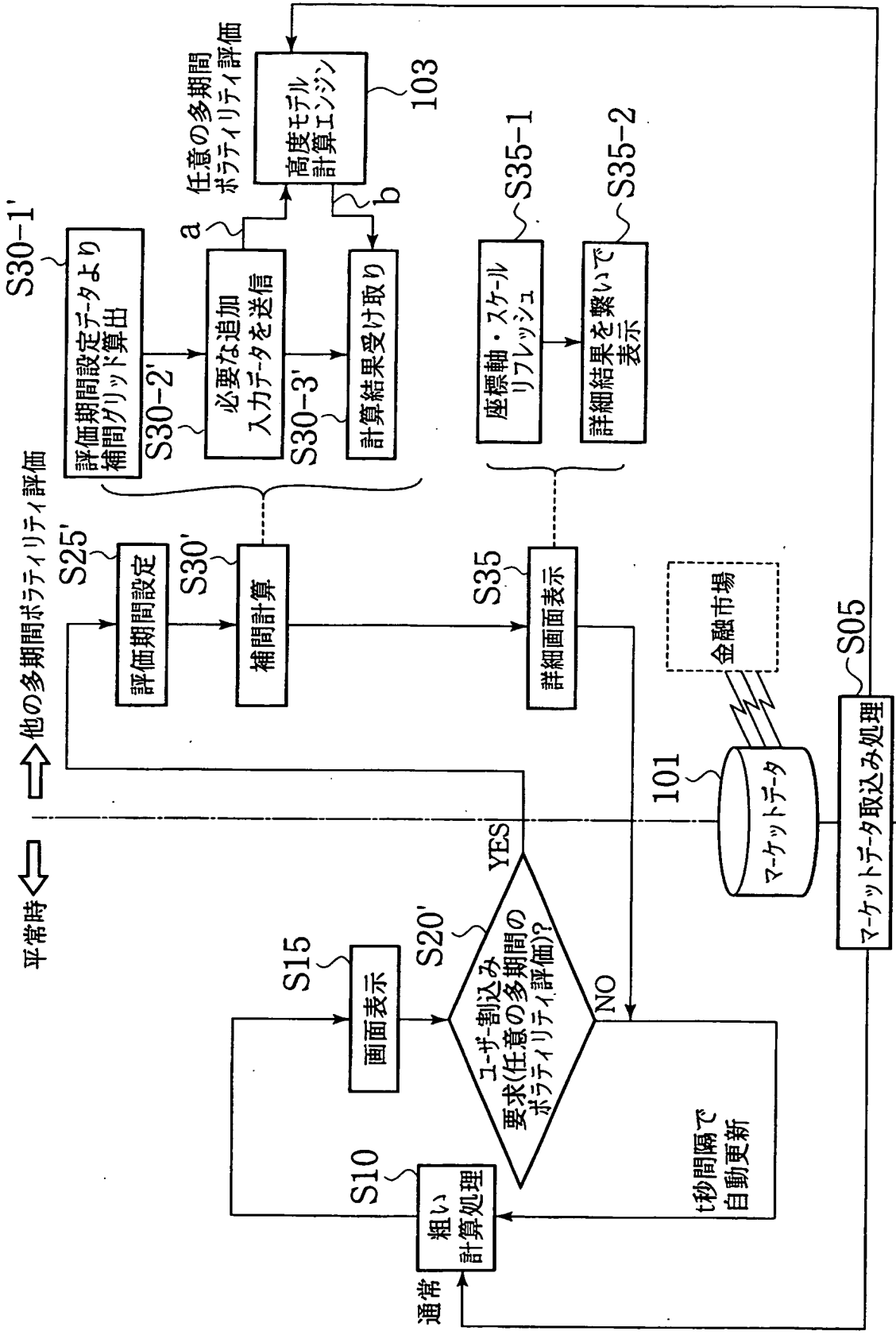
42/64

図43



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図44



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

44/64

図45

200

201

開始年月日from

yyyy / mm / dd

満期年月日to

202

yyyy / mm / dd

評価間隔grid

☐ daily

☐ weekly

☒ monthly

203

実行

キャンセル

**THIS PAGE BLANK (USPTO,**

図46

a 市場取引あり

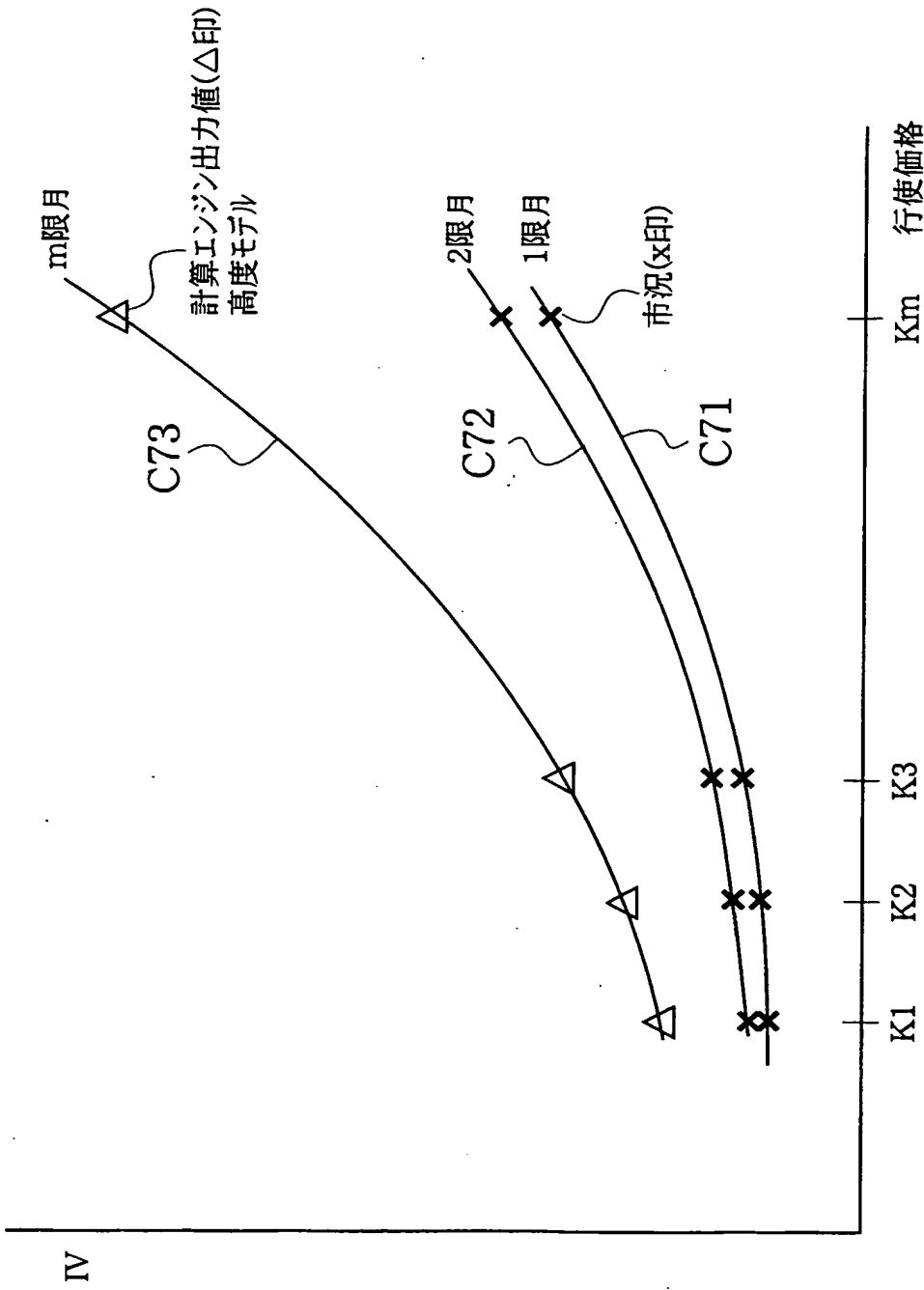
		K1	K1	K1	-----	Kw
1限月	call					
	put					
	IV(call)					
	IV(put)					
2限月	call					
	put					
	IV(call)					
	IV(put)					
m限月	call					
	put					
	IV(call)					
	IV(put)					

b 市場取引なし

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

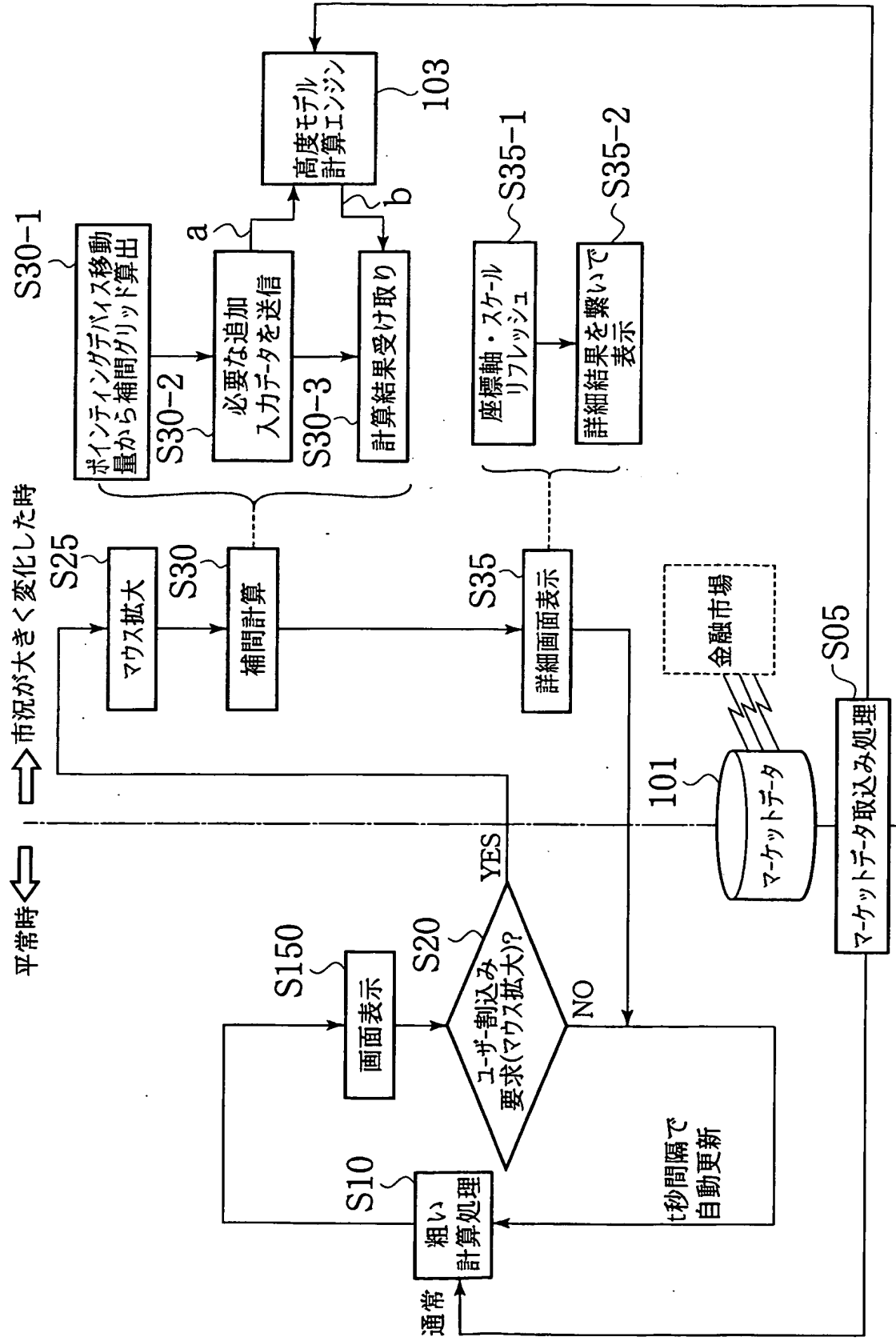


図47



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

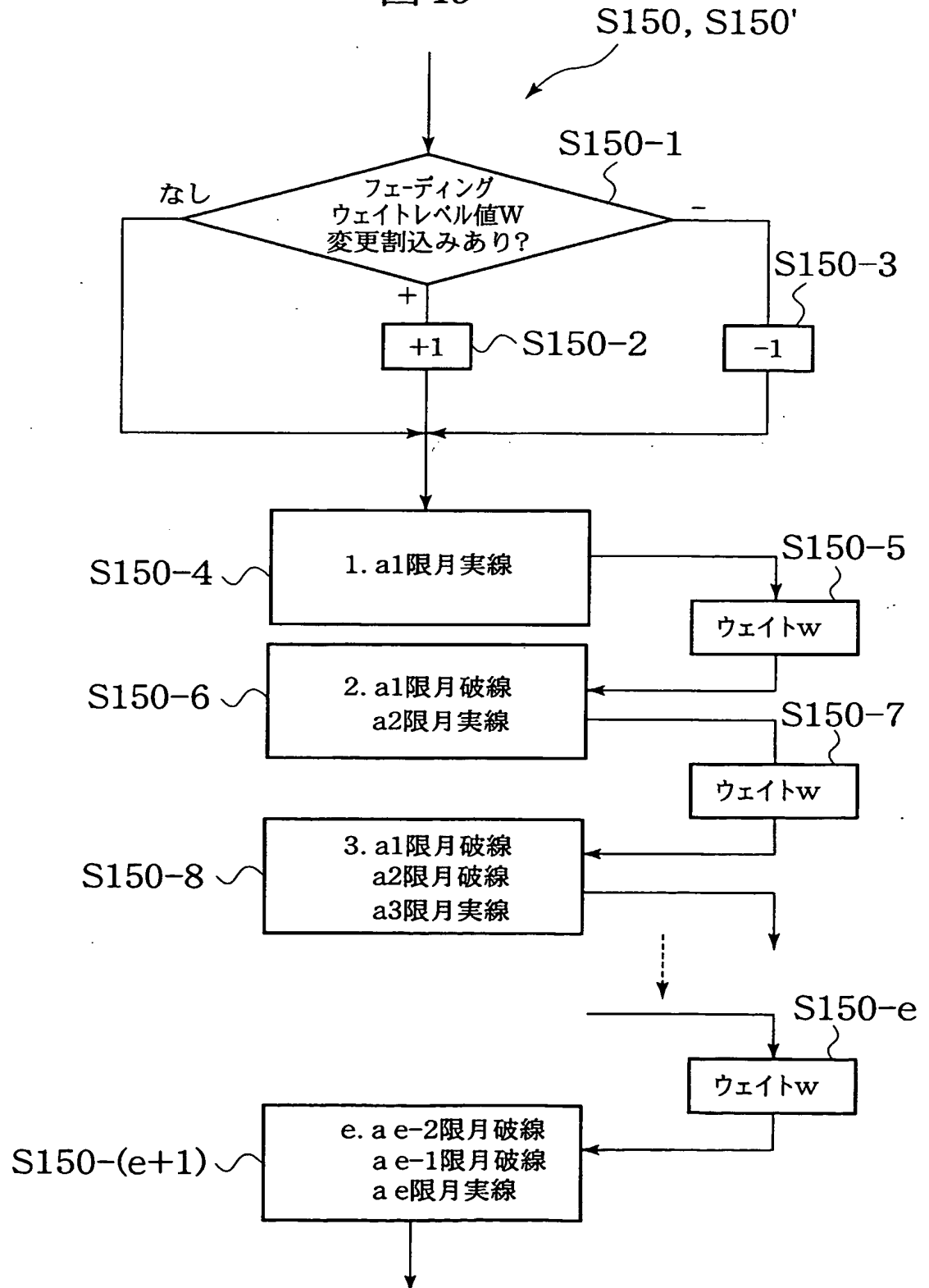
図48



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

48/64

図49



**THIS PAGE BLANK (U)**

図50

→ 行使価格 ←

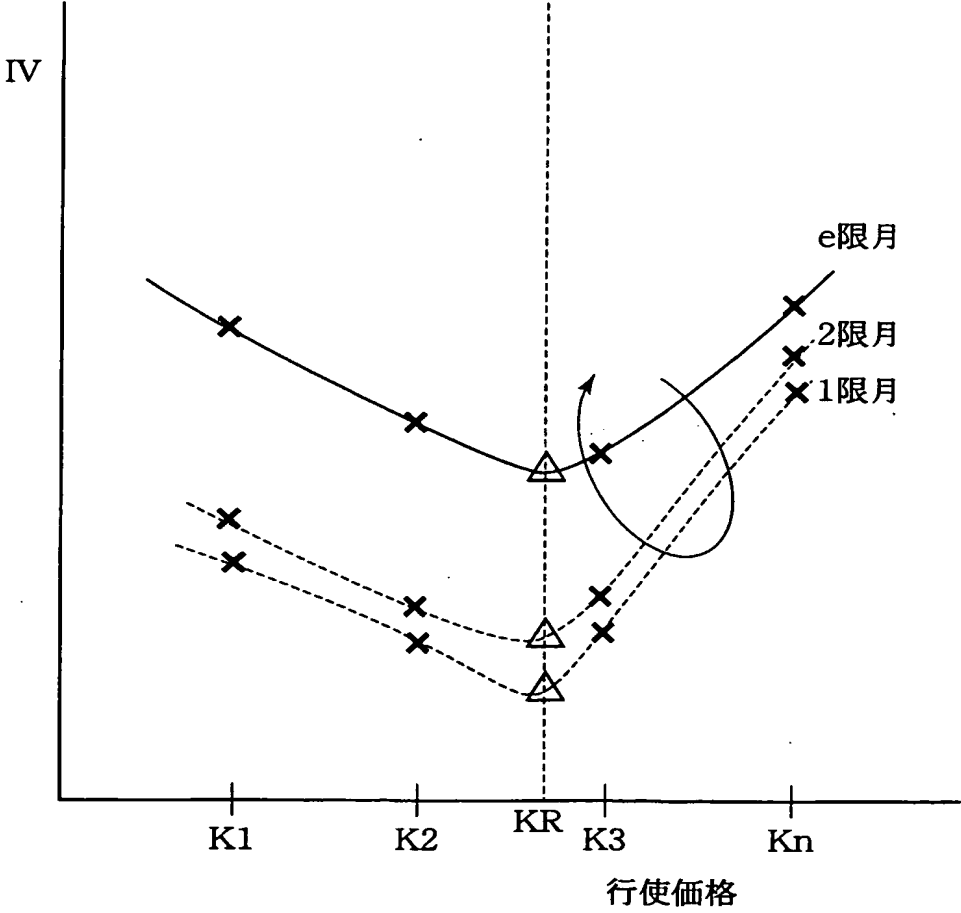
		K1		KR (=リアルS)		Kw
1限月	call			○		
	put			○		
	IV(call)			○		
	IV(put)			○		
m限月	call			○		
	put			○		
	IV(call)			○		
	IV(put)			○		

ex,  
16200円で計算

**THIS PAGE BLANK**

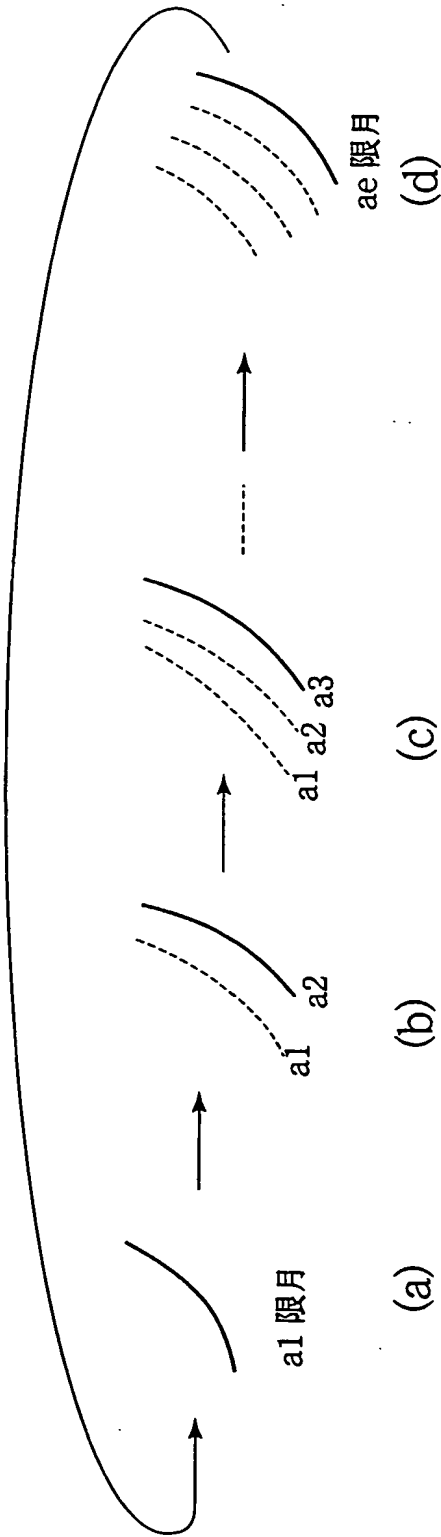


図51



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図52



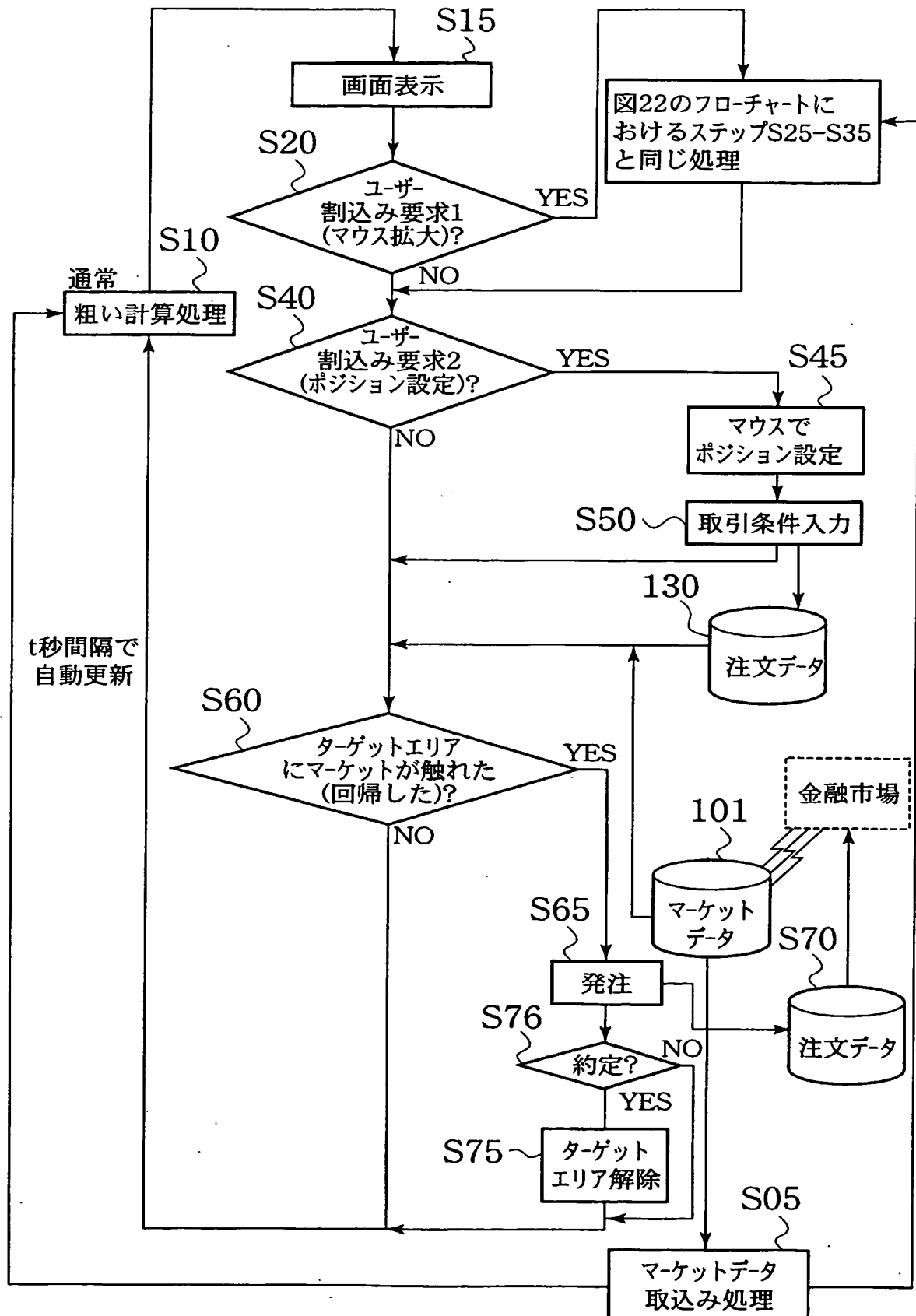
THIS PAGE BLANK (UCPTO)



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図54

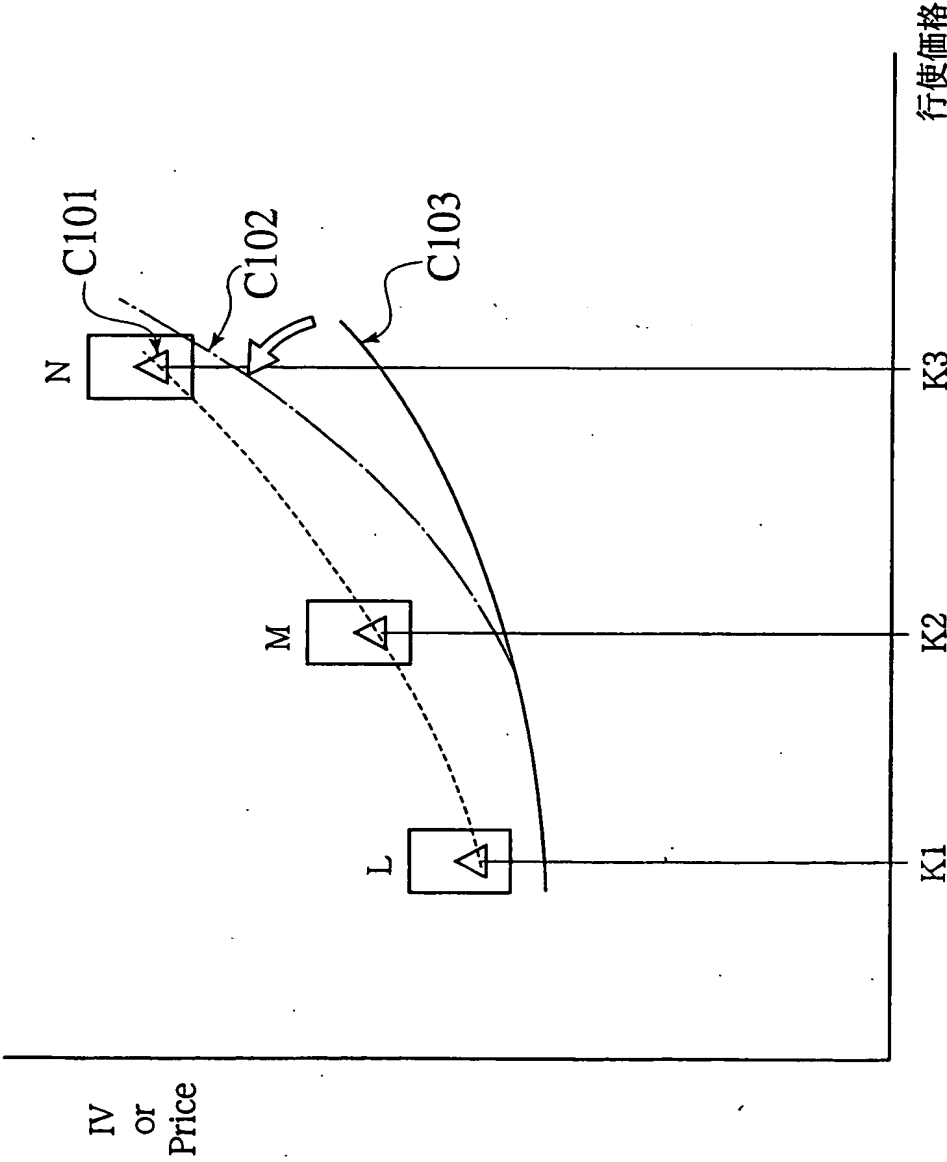
53/64



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



図55



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

55/64

図56

210

日経225オプション注文画面

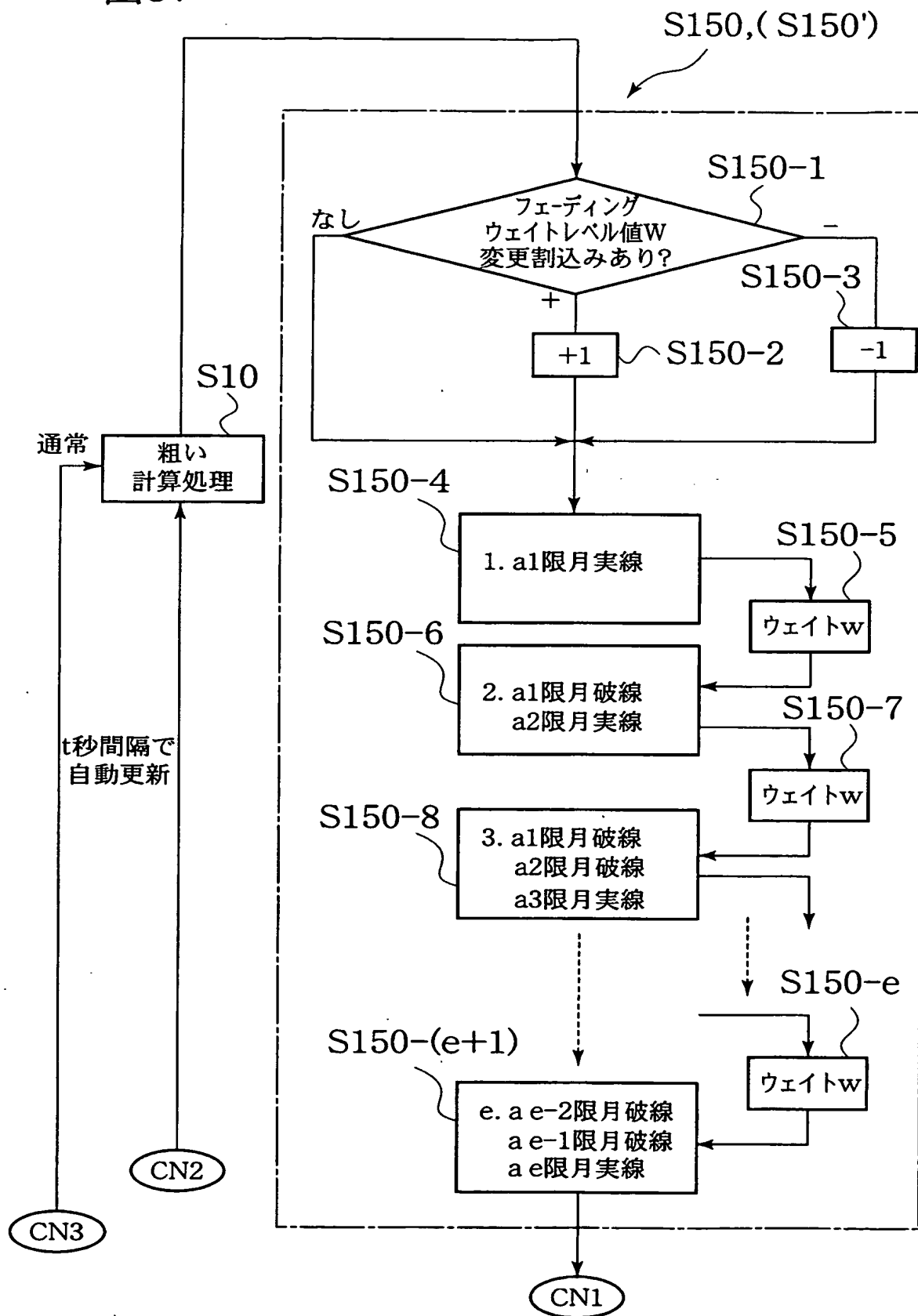
行使価格	<div>▼ K1 ----- Kn</div>	限月	<div>▼ 1限月 ----- m限月</div>
call/put	<input type="radio"/> call	<input checked="" type="radio"/> put	
指し値	<input type="radio"/> <input type="text"/>	円	
成り行き	<input checked="" type="radio"/>		
枚数	<input type="text"/>	枚	
売り/買い	<input type="radio"/> 売り	<input checked="" type="radio"/> 買い	
取引種別	<input type="radio"/> 新規	<input checked="" type="radio"/> 決済	
<div>注文実行</div>		<div>キャンセル</div>	

105

**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

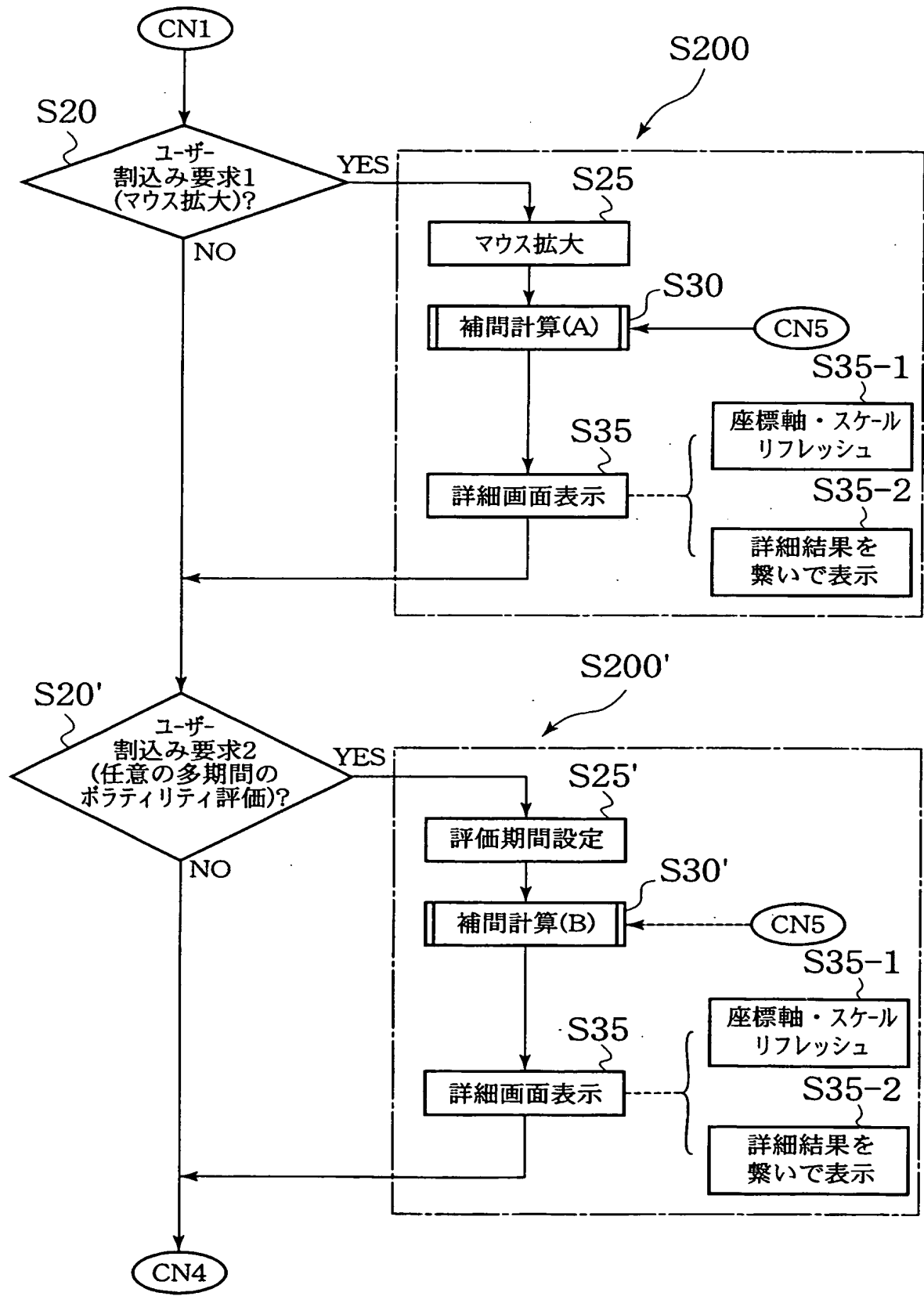
図57

56/64



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図58

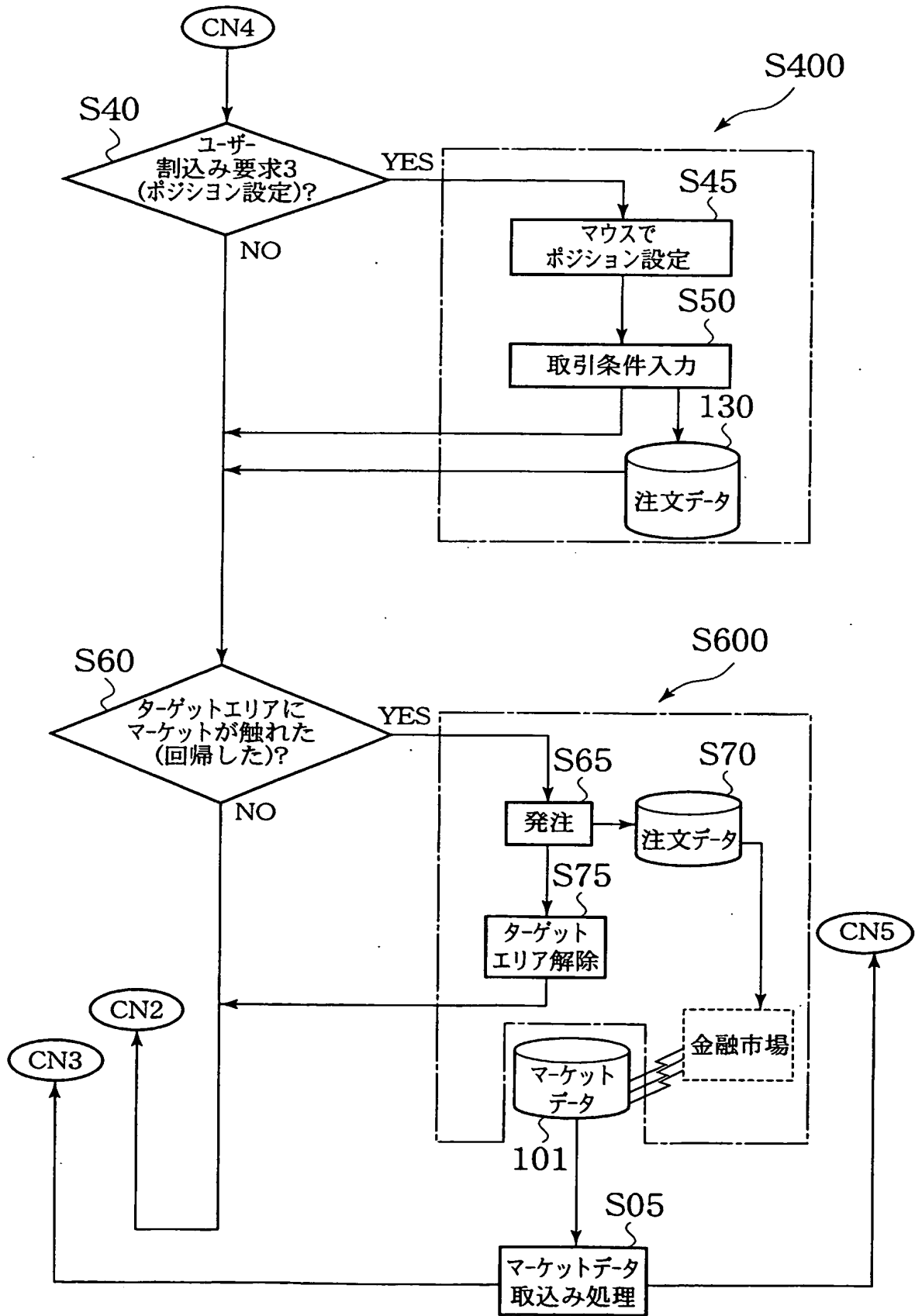


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



図59

58/64



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

59/64

図60

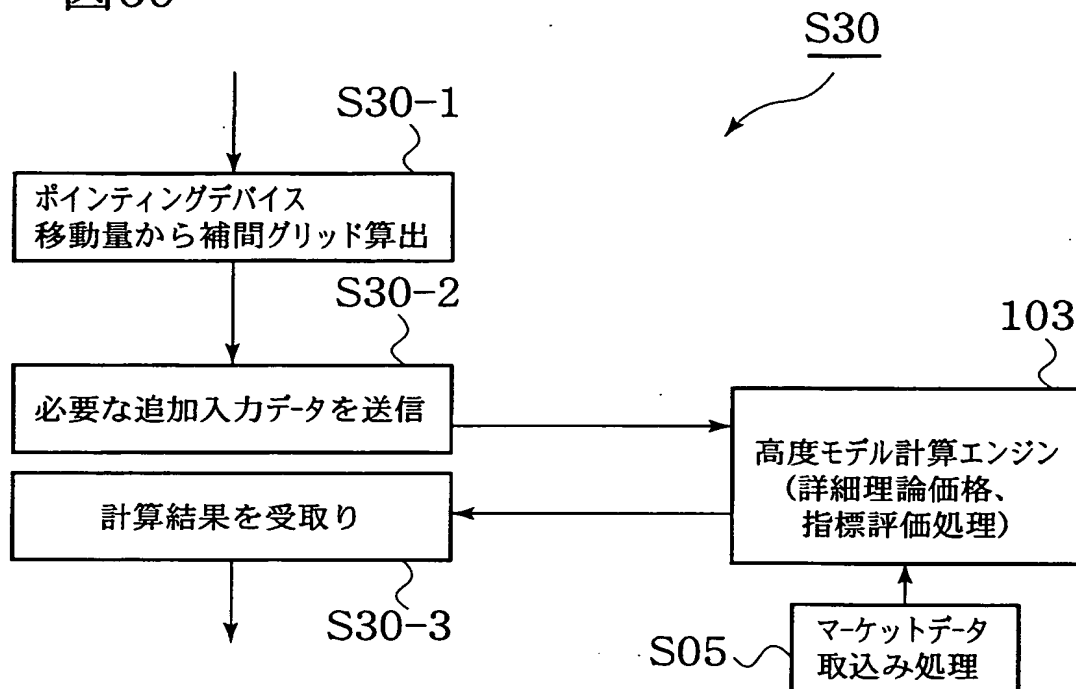
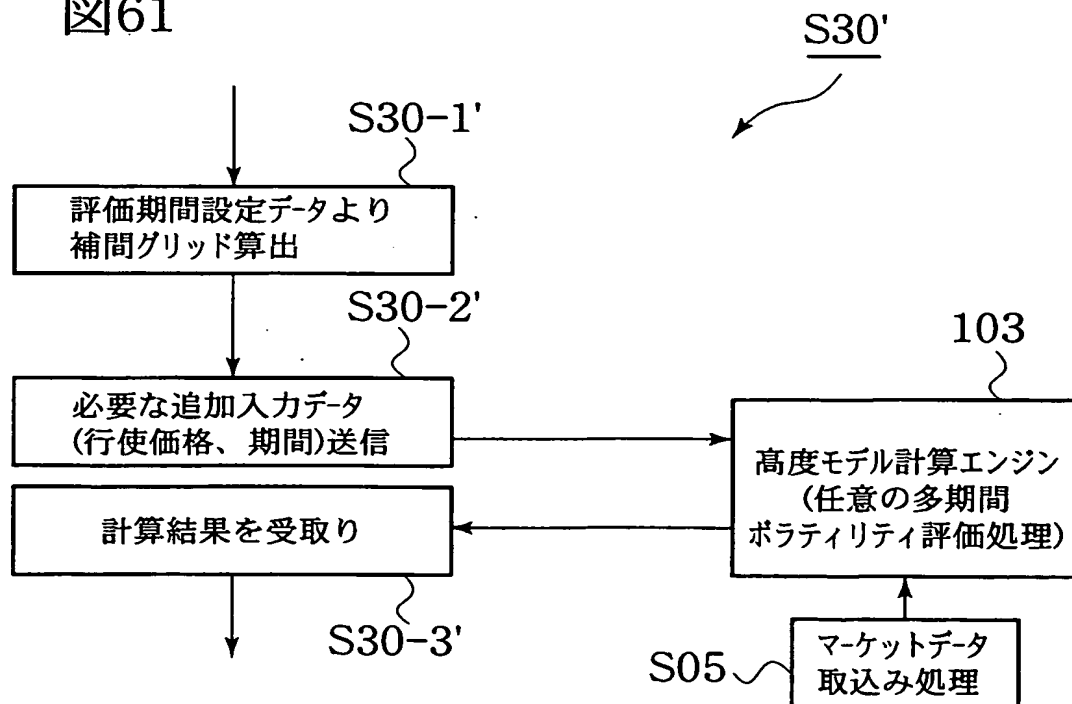
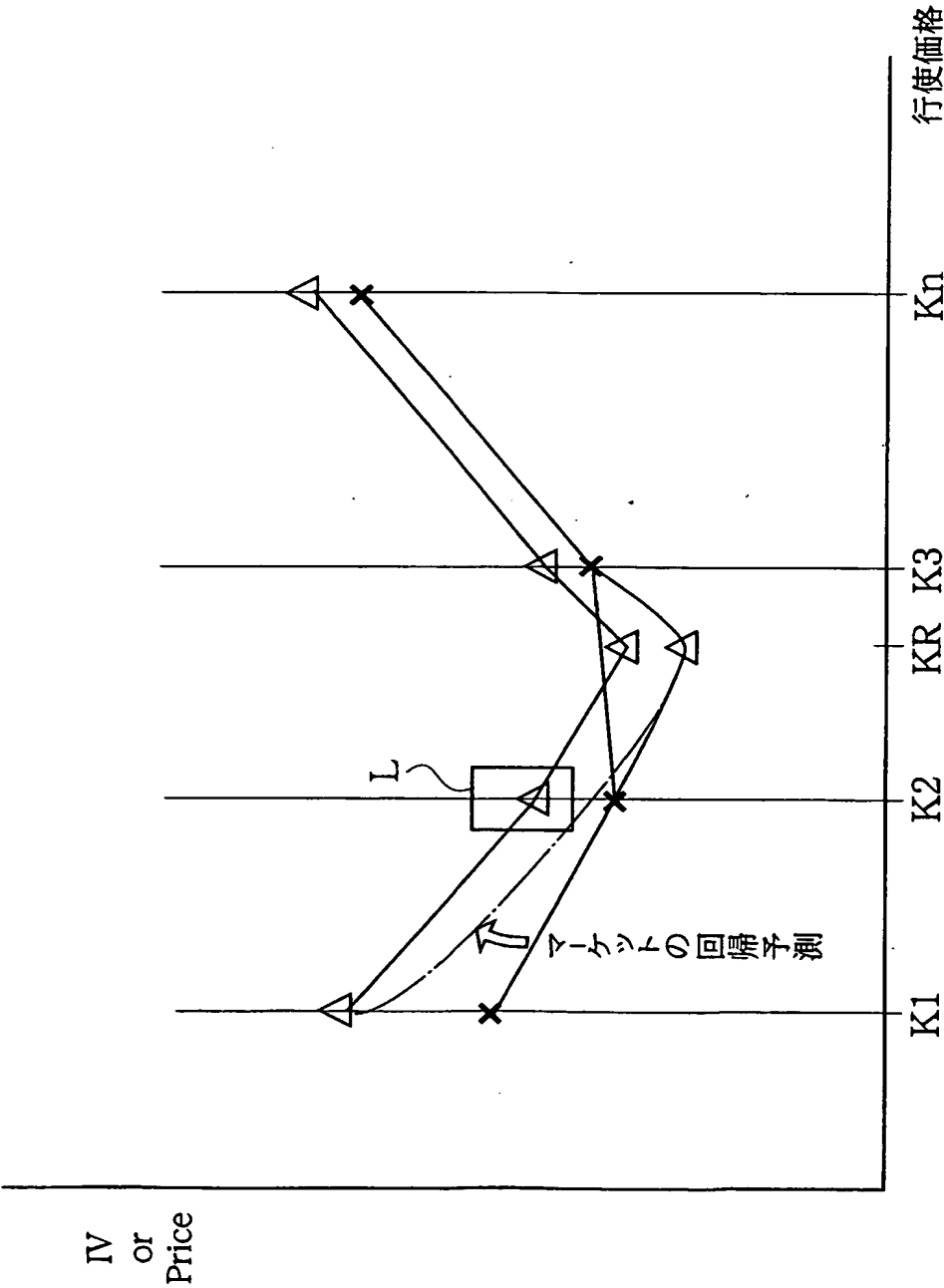


図61



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

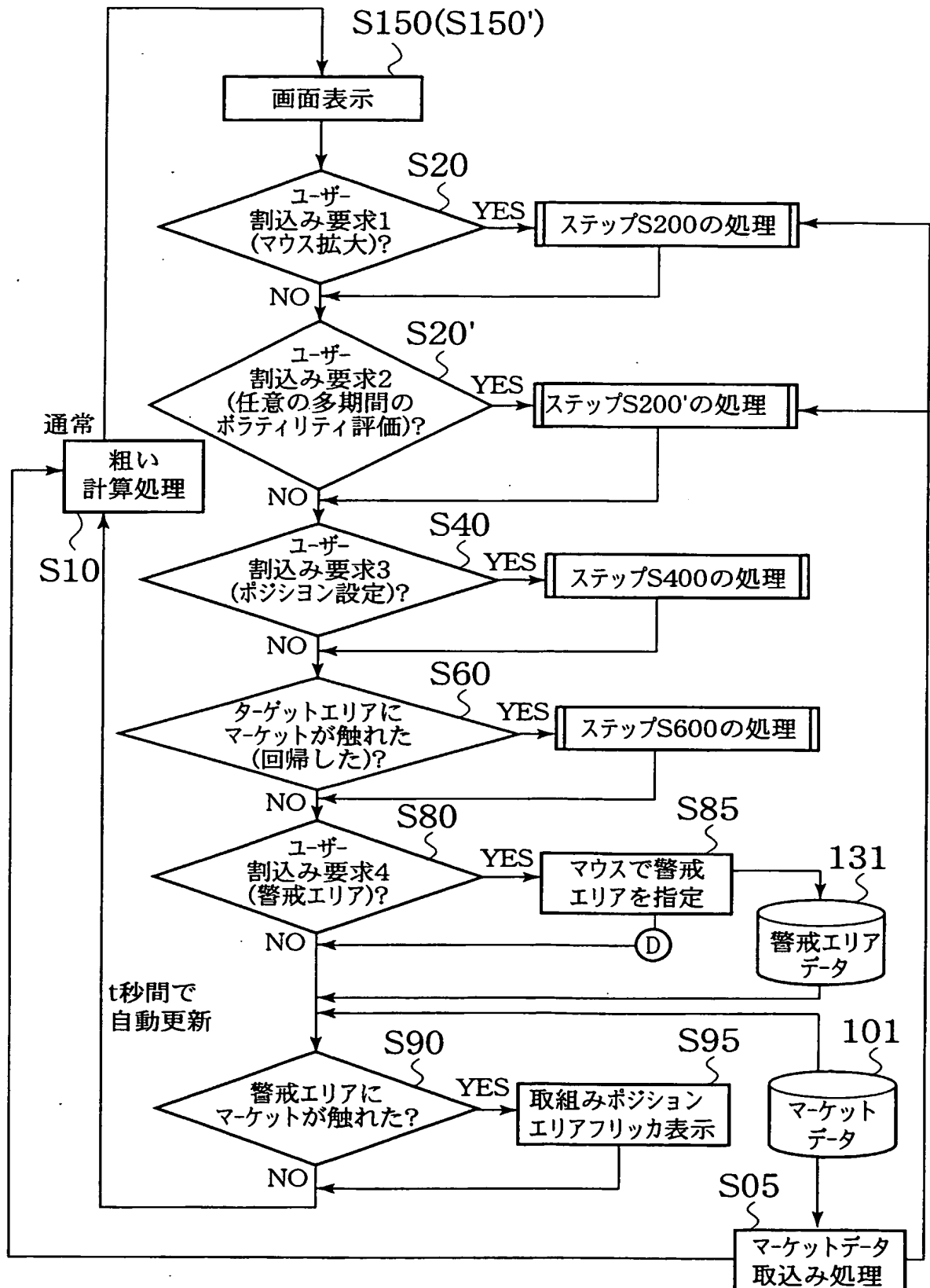
図62



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

図63

61/64

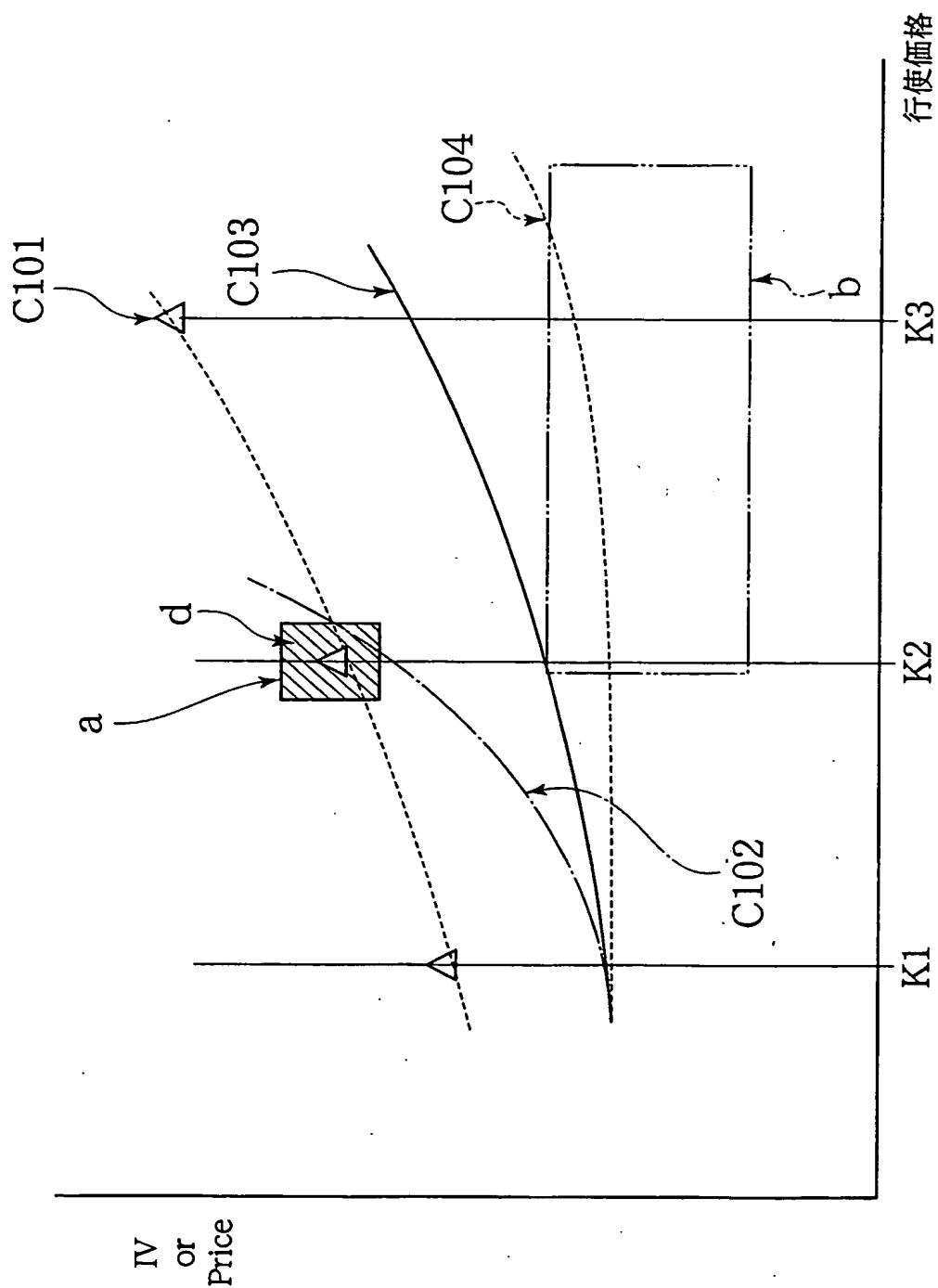


**THIS PAGE BLANK (USPTO)**



62/64

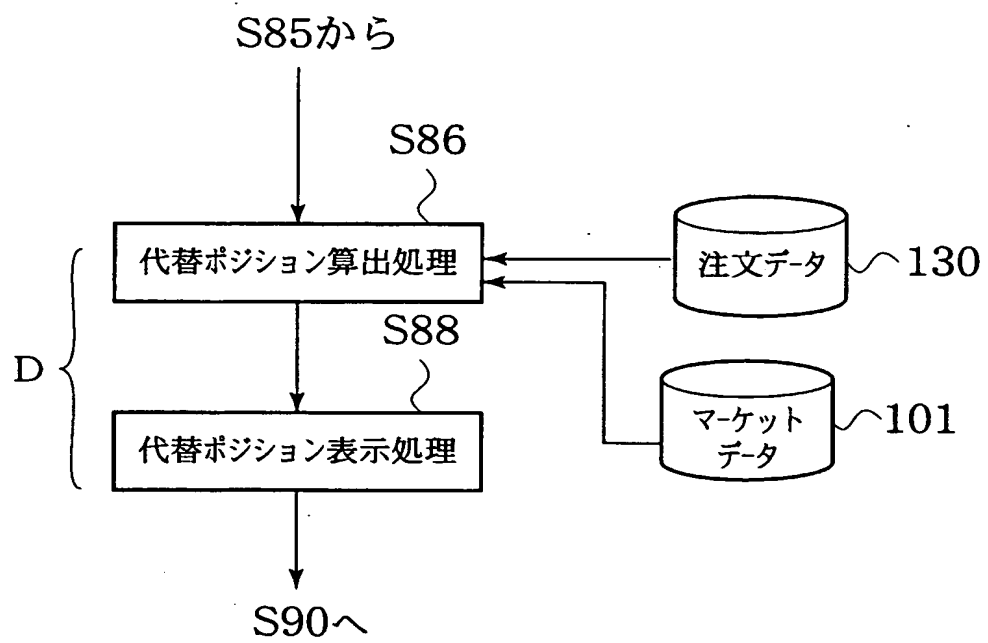
図64



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**

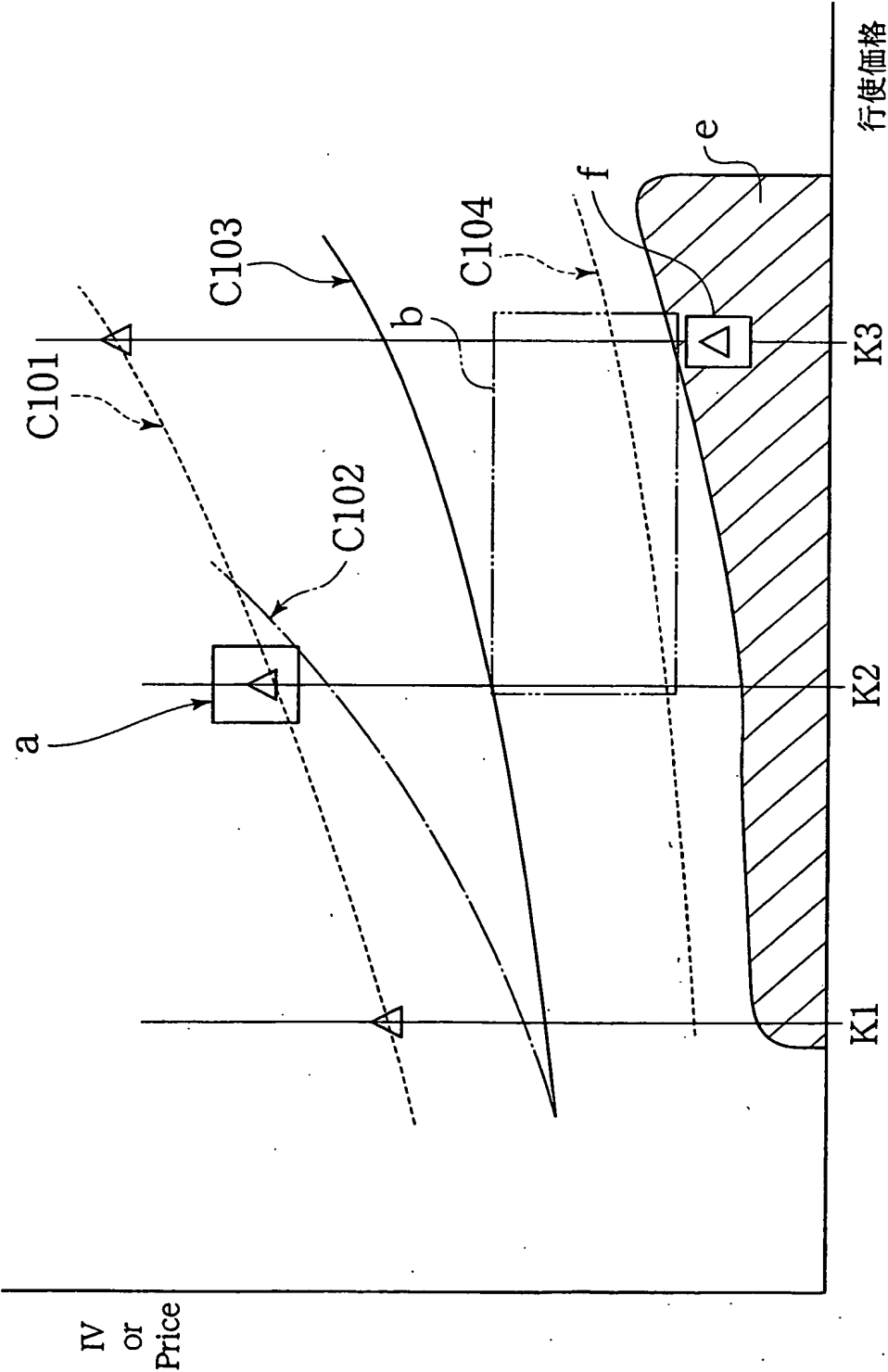
63/64

図65



**THIS PAGE BLANK (USPTO,**

図66



**THIS PAGE BLANK (USPTO)**